Percorso 2010: Introduzione alla Logica Proposizionale

Francesca Poggiolesi

Facoltà di Medicina e Chirurgia

26 Agosto 2010, Firenze

Alcuni esempi di test 1

Alcuni esempi di test 1

Se è vero che "chi disprezza, compra," sarà necessariamente vera anche una delle affermazioni seguenti:

Alcuni esempi di test 1

Se è vero che “chi disprezza, compra,” sarà necessariamente vera anche una delle affermazioni seguenti:

- chi non compra, non disprezza,

Alcuni esempi di test 1

Se è vero che "chi disprezza, compra," sarà necessariamente vera anche una delle affermazioni seguenti:

- chi non compra, non disprezza,
- chi non compra, disprezza,

Alcuni esempi di test 1

Se è vero che "chi disprezza, compra," sarà necessariamente vera anche una delle affermazioni seguenti:

- chi non compra, non disprezza,
- chi non compra, disprezza,
- chi non disprezza, non compra,

Alcuni esempi di test 1

Se è vero che "chi disprezza, compra," sarà necessariamente vera anche una delle affermazioni seguenti:

- chi non compra, non disprezza,
- chi non compra, disprezza,
- chi non disprezza, non compra,
- chi non disprezza, compra,

Alcuni esempi di test 2

Non si dà il caso che Anna è bella e simpatica. O, equivalentemente...

Alcuni esempi di test 2

Non si dà il caso che Anna è bella e simpatica. O, equivalentemente...

- Anna è bella e simpatica,

Alcuni esempi di test 2

Non si dà il caso che Anna è bella e simpatica. O, equivalentemente...

- Anna è bella e simpatica,
- se Anna non è bella, allora non è simpatica,

Alcuni esempi di test 2

Non si dà il caso che Anna è bella e simpatica. O, equivalentemente...

- Anna è bella e simpatica,
- se Anna non è bella, allora non è simpatica,
- non si dà il caso che Anna non è bella né simpatica,

Alcuni esempi di test 2

Non si dà il caso che Anna è bella e simpatica. O, equivalentemente...

- Anna è bella e simpatica,
- se Anna non è bella, allora non è simpatica,
- non si dà il caso che Anna non è bella né simpatica,
- Anna non è bella o non è simpatica.

Alcuni esempi di test 3

Si completi il seguente ragionamento. Se hai talento, sei un artista. Sei un artista. Dunque:

Alcuni esempi di test 3

Si completi il seguente ragionamento. Se hai talento, sei un artista. Sei un artista. Dunque:

- hai talento,

Alcuni esempi di test 3

Si completi il seguente ragionamento. Se hai talento, sei un artista. Sei un artista. Dunque:

- hai talento,
- non hai talento,

Alcuni esempi di test 3

Si completi il seguente ragionamento. Se hai talento, sei un artista. Sei un artista. Dunque:

- hai talento,
- non hai talento,
- non è possibile inferire alcuna conclusione,

Alcuni esempi di test 3

Si completi il seguente ragionamento. Se hai talento, sei un artista. Sei un artista. Dunque:

- hai talento,
- non hai talento,
- non è possibile inferire alcuna conclusione,
- non sei artista e hai talento.

Strategie differenti

Tre sono le strategie che si possono adottare per rispondere a tali test:

Strategie differenti

Tre sono le strategie che si possono adottare per rispondere a tali test:

- rispondere a caso,

Strategie differenti

Tre sono le strategie che si possono adottare per rispondere a tali test:

- rispondere a caso,
- ragionare,

Strategie differenti

Tre sono le strategie che si possono adottare per rispondere a tali test:

- rispondere a caso,
- ragionare,
- applicare un metodo.

Logica come metodo

In questo corso cercherò di spiegarvi (brevemente) quella parte di logica, detta proposizionale, che in questo contesto può essere vista come il metodo per risolvere i tipi di domande sopra esposte.

Enunciati atomici

Si dicono *atomici* quegli enunciati che non si lasciano decomporre ulteriormente in parti che sono a loro volta enunicati.

Enunciati atomici

Si dicono *atomici* quegli enunciati che non si lasciano decomporre ulteriormente in parti che sono a loro volta enunicati.

Esempi:

Enunciati atomici

Si dicono *atomici* quegli enunciati che non si lasciano decomporre ulteriormente in parti che sono a loro volta enunicati.

Esempi:

- piove,

Enunciati atomici

Si dicono *atomici* quegli enunciati che non si lasciano decomporre ulteriormente in parti che sono a loro volta enunicati.

Esempi:

- piove,
- Paolo ama Francesca,

Enunciati atomici

Si dicono *atomici* quegli enunciati che non si lasciano decomporre ulteriormente in parti che sono a loro volta enunicati.

Esempi:

- piove,
- Paolo ama Francesca,
- Firenze è il capoluogo della Toscana.

Enunciati composti

Si dicono *composti* quegli enunciati che possono essere considerati il risultato di applicazioni di *operazioni* che trasformano enunciati in enunciati.

Enunciati composti

Si dicono *composti* quegli enunciati che possono essere considerati il risultato di applicazioni di *operazioni* che trasformano enunciati in enunciati.

Si possono isolare *cinque* operazioni fondamentali.

Prima operazione: negazione

Partiamo con l'analizzare i seguenti enunciati (composti):

non piove

Anna non è sorella di Marco

4 non è un numero primo

Formalmente, abbiamo:

Prima operazione: negazione

Partiamo con l'analizzare i seguenti enunciati (composti):

non piove

Anna non è sorella di Marco

4 non è un numero primo

Formalmente, abbiamo:

Prima operazione: negazione

Partiamo con l'analizzare i seguenti enunciati (composti):

non piove

Anna non è sorella di Marco

4 non è un numero primo

Formalmente, abbiamo:

Prima operazione: negazione

Partiamo con l'analizzare i seguenti enunciati (composti):

non piove

Anna non è sorella di Marco

4 non è un numero primo

Formalmente, abbiamo:

Prima operazione: negazione

Partiamo con l'analizzare i seguenti enunciati (composti):

non piove

Anna non è sorella di Marco

4 non è un numero primo

Formalmente, abbiamo: A

Prima operazione: negazione

Partiamo con l'analizzare i seguenti enunciati (composti):

non piove

Anna non è sorella di Marco

4 non è un numero primo

Formalmente, abbiamo: B

Prima operazione: negazione

Partiamo con l'analizzare i seguenti enunciati (composti):

non piove

Anna non è sorella di Marco

4 non è un numero primo

Formalmente, abbiamo: C

Prima operazione: negazione

Partiamo con l'analizzare i seguenti enunciati (composti):

non piove

Anna non è sorella di Marco

4 non è un numero primo

Formalmente, abbiamo: $\neg$

Prima operazione: negazione

Partiamo con l'analizzare i seguenti enunciati (composti):

non piove

Anna non è sorella di Marco

4 non è un numero primo

Formalmente, abbiamo: $\neg$ A

Prima operazione: negazione

Partiamo con l'analizzare i seguenti enunciati (composti):

non piove

Anna non è sorella di Marco

4 non è un numero primo

Formalmente, abbiamo: $\neg\ B$

Prima operazione: negazione

Partiamo con l'analizzare i seguenti enunciati (composti):

non piove

Anna non è sorella di Marco

4 non è un numero primo

Formalmente, abbiamo: $\neg$ C

Seconda operazione: congiunzione

Continuiamo con i seguenti enunciati (composti):

Maria è bella e (Maria è) ricca

2 è pari e 3 è dispari

nevica e fa freddo

nevica e nevica

Formalmente, abbiamo:

Seconda operazione: congiunzione

Continuiamo con i seguenti enunciati (composti):

Maria è bella e (Maria è) ricca

2 è pari e 3 è dispari

nevica e fa freddo

nevica e nevica

Formalmente, abbiamo:

Seconda operazione: congiunzione

Continuiamo con i seguenti enunciati (composti):

Maria è bella e (Maria è) ricca
2 è pari e 3 è dispari
nevica e fa freddo
nevica e nevica

Formalmente, abbiamo:

Seconda operazione: congiunzione

Continuiamo con i seguenti enunciati (composti):

Maria è bella e (Maria è) ricca

2 è pari e 3 è dispari

nevica e fa freddo

nevica e nevica

Formalmente, abbiamo:

Seconda operazione: congiunzione

Continuiamo con i seguenti enunciati (composti):

Maria è bella **e** (Maria è) ricca

2 è pari **e** 3 è dispari

nevica **e** fa freddo

nevica e nevica

Formalmente, abbiamo: $\wedge$

Seconda operazione: congiunzione

Continuiamo con i seguenti enunciati (composti):

Maria è bella e (Maria è) ricca

2 è pari e 3 è dispari

nevica e fa freddo

nevica e nevica

Formalmente, abbiamo: $A \wedge B$

Seconda operazione: congiunzione

Continuiamo con i seguenti enunciati (composti):

Maria è bella e (Maria è) ricca

2 è pari e 3 è dispari

nevica e fa freddo

nevica e nevica

Formalmente, abbiamo: $C \wedge D$

Seconda operazione: congiunzione

Continuiamo con i seguenti enunciati (composti):

Maria è bella e (Maria è) ricca

2 è pari e 3 è dispari

nevica e fa freddo

nevica e nevica

Formalmente, abbiamo: $E \wedge F$

Seconda operazione: congiunzione

Continuiamo con i seguenti enunciati (composti):

Maria è bella e (Maria è) ricca

2 è pari e 3 è dispari

nevica e fa freddo

nevica e nevica

Formalmente, abbiamo: $E \wedge E$

Terza operazione: disgiunzione

Continuiamo con i seguenti enunciati (composti):

Piove o nevica
Carlo è pazzo o (Carlo è) bugiardo
il vincitore è Alberto o il vincitore è Alessandro

Formalmente, abbiamo:

Terza operazione: disgiunzione

Continuiamo con i seguenti enunciati (composti):

Piove o nevica

Carlo è pazzo o (Carlo è) bugiardo

il vincitore è Alberto o il vincitore è Alessandro

Formalmente, abbiamo:

Terza operazione: disgiunzione

Continuiamo con i seguenti enunciati (composti):

Piove o nevica

Carlo è pazzo o (Carlo è) bugiardo

il vincitore è Alberto o il vincitore è Alessandro

Formalmente, abbiamo:

Terza operazione: disgiunzione

Continuiamo con i seguenti enunciati (composti):

Piove o nevica
Carlo è pazzo o (Carlo è) bugiardo
il vincitore è Alberto o il vincitore è Alessandro

Formalmente, abbiamo:

Terza operazione: disgiunzione

Continuiamo con i seguenti enunciati (composti):

Piove **o** nevica
Carlo è pazzo **o** (Carlo è) bugiardo
il vincitore è Alberto **o** il vincitore è Alessandro

Formalmente, abbiamo: $\vee$

Terza operazione: disgiunzione

Continuiamo con i seguenti enunciati (composti):

Piove o nevica

Carlo è pazzo o (Carlo è) bugiardo

il vincitore è Alberto o il vincitore è Alessandro

Formalmente, abbiamo: $A \vee B$

Terza operazione: disgiunzione

Continuiamo con i seguenti enunciati (composti):

Piove o nevica

Carlo è pazzo o (Carlo è) bugiardo

il vincitore è Alberto o il vincitore è Alessandro

Formalmente, abbiamo: $C \vee D$

Terza operazione: disgiunzione

Continuiamo con i seguenti enunciati (composti):

Piove o nevica

Carlo è pazzo o (Carlo è) bugiardo

il vincitore è Alberto o il vincitore è Alessandro

Formalmente, abbiamo: $E \vee F$

Quarta operazione: implicazione

Proseguiamo con i seguenti enunciati (composti):

Se è domenica, allora i negozi sono chiusi

se piove, allora prendo l'ombrello

se qualcuno mi accompagna, allora vengo alla festa

Formalmente, abbiamo:

Quarta operazione: implicazione

Proseguiamo con i seguenti enunciati (composti):

Se è domenica, allora i negozi sono chiusi

se piove, allora prendo l'ombrello

se qualcuno mi accompagna, allora vengo alla festa

Formalmente, abbiamo:

Quarta operazione: implicazione

Proseguiamo con i seguenti enunciati (composti):

Se è domenica, allora i negozi sono chiusi
se piove, allora prendo l'ombrello
se qualcuno mi accompagna, allora vengo alla festa

Formalmente, abbiamo:

Quarta operazione: implicazione

Proseguiamo con i seguenti enunciati (composti):

Se è domenica, allora i negozi sono chiusi
se piove, allora prendo l'ombrello
se qualcuno mi accompagna, allora vengo alla festa

Formalmente, abbiamo:

Quarta operazione: implicazione

Proseguiamo con i seguenti enunciati (composti):

> Se è domenica, allora i negozi sono chiusi
> se piove, allora prendo l'ombrello
> se qualcuno mi accompagna, allora vengo alla festa

Formalmente, abbiamo: $\rightarrow$

Quarta operazione: implicazione

Proseguiamo con i seguenti enunciati (composti):

Se è domenica, allora i negozi sono chiusi

se piove, allora prendo l'ombrello

se qualcuno mi accompagna, allora vengo alla festa

Formalmente, abbiamo: $A \rightarrow B$

Quarta operazione: implicazione

Proseguiamo con i seguenti enunciati (composti):

Se è domenica, allora i negozi sono chiusi

se piove, allora prendo l'ombrello

se qualcuno mi accompagna, allora vengo alla festa

Formalmente, abbiamo: $C \rightarrow D$

Quarta operazione: implicazione

Proseguiamo con i seguenti enunciati (composti):

Se è domenica, allora i negozi sono chiusi

se piove, allora prendo l'ombrello

se qualcuno mi accompagna, allora vengo alla festa

Formalmente, abbiamo: $E \rightarrow F$

Quinta operazione: bicondizionale

Terminiamo con i seguenti enunciati (composti):

- I funghi nascono se, e solo se, la stagione è adatta
- L'esame si passa se, e solo se, si ottiene un voto superiore a 17
- L'acquisto si farà se, e solo se, il prezzo non supera la nostra disponibilità

Formalmente, abbiamo:

Quinta operazione: bicondizionale

Terminiamo con i seguenti enunciati (composti):

I funghi nascono se, e solo se, la stagione è adatta

L'esame si passa se, e solo se, si ottiene un voto superiore a 17

L'acquisto si farà se, e solo se, il prezzo non supera la nostra disponibilità

Formalmente, abbiamo:

Quinta operazione: bicondizionale

Terminiamo con i seguenti enunciati (composti):

> I funghi nascono se, e solo se, la stagione è adatta
>
> L'esame si passa se, e solo se, si ottiene un voto superiore a 17
>
> L'acquisto si farà se, e solo se, il prezzo non supera la nostra disponibilità

Formalmente, abbiamo:

Quinta operazione: bicondizionale

Terminiamo con i seguenti enunciati (composti):

I funghi nascono se, e solo se, la stagione è adatta

L'esame si passa se, e solo se, si ottiene un voto superiore a 17

L'acquisto si farà se, e solo se, il prezzo non supera la nostra disponibilità

Formalmente, abbiamo:

Quinta operazione: bicondizionale

Terminiamo con i seguenti enunciati (composti):

I funghi nascono **se, e solo se,** la stagione è adatta

L'esame si passa **se, e solo se,** si ottiene un voto superiore a 17

L'acquisto si farà **se, e solo se,** il prezzo non supera la nostra disponibilità

Formalmente, abbiamo: $\leftrightarrow$

Quinta operazione: bicondizionale

Terminiamo con i seguenti enunciati (composti):

I funghi nascono se, e solo se, la stagione è adatta

L'esame si passa se, e solo se, si ottiene un voto superiore a 17

L'acquisto si farà se, e solo se, il prezzo non supera la nostra disponibilità

Formalmente, abbiamo: $A \leftrightarrow B$

Quinta operazione: bicondizionale

Terminiamo con i seguenti enunciati (composti):

I funghi nascono se, e solo se, la stagione è adatta

L'esame si passa se, e solo se, si ottiene un voto superiore a 17

L'acquisto si farà se, e solo se, il prezzo non supera la nostra disponibilità

Formalmente, abbiamo: $C \leftrightarrow D$

Quinta operazione: bicondizionale

Terminiamo con i seguenti enunciati (composti):

I funghi nascono se, e solo se, la stagione è adatta

L'esame si passa se, e solo se, si ottiene un voto superiore a 17

L'acquisto si farà se, e solo se, il prezzo non supera la nostra disponibilità

Formalmente, abbiamo: $E \leftrightarrow F$

Riassumendo...

Riassumendo...

- Sappiamo formalizzare gli enunciati atomici (A, B, ...)

Riassumendo...

- Sappiamo formalizzare gli enunciati atomici (A, B, ...)
- ma anche gli enunciati composti dai cinque connettivi: $\neg, \wedge, \vee, \rightarrow, \leftrightarrow$

Da notare

Da notare

- i connettivi fin qui introdotti non operano soltanto su enunciati atomici ma anche su enunciati composti, e.g.

Esempio 1

Se Anna non è sorella di Marco, allora è amica di Lucia e cugina di Mauro

Esempio 1

Se Anna non è sorella di Marco, allora è amica di Lucia e cugina di Mauro

A B C

Esempio 1

Se Anna non è sorella di Marco, allora è amica di Lucia e cugina di Mauro

$\neg A$ B C

Esempio 1

Se Anna non è sorella di Marco, allora è amica di Lucia e cugina di Mauro

$\neg$ A B $\wedge$ C

Esempio 1

Se Anna non è sorella di Marco, allora è amica di Lucia e cugina di Mauro

$$\neg A \qquad \rightarrow \qquad B \qquad \wedge \qquad C$$

Esempio 1

Se Anna non è sorella di Marco, allora è amica di Lucia e cugina di Mauro

$$\neg A \quad \rightarrow \quad (B \quad \wedge \quad C)$$

Esempio 2

Anna non è sorella di Marco e se è cugina di Giovanni allora è parente di Cristina

Esempio 2

Anna non è sorella di Marco e se è cugina di Giovanni allora è parente di Cristina

A B C

Esempio 2

Anna non è sorella di Marco e se è cugina di Giovanni allora è parente di Cristina

$\neg$ A B C

Esempio 2

Anna non è sorella di Marco e se è cugina di Giovanni allora è parente di Cristina

$\neg A \quad \wedge \quad B \quad\quad C$

Esempio 2

Anna non è sorella di Marco e se è cugina di Giovanni allora è parente di Cristina

$$\neg A \quad \wedge \quad B \quad \rightarrow \quad C$$

Esempio 2

Anna non è sorella di Marco e se è cugina di Giovanni allora è parente di Cristina

$$\neg A \quad \wedge \quad (B \quad \rightarrow \quad C)$$

Da notare

Da notare

- nel discorso dichiarativo, vi sono molte altre espressioni sincategorematiche, che si lasciano però assimilare ai connettivi classici, e.g.

Da notare

- nel discorso dichiarativo, vi sono molte altre espressioni sincategorematiche, che si lasciano però assimilare ai connettivi classici, e.g.
    - Anna è bella *ma* insensibile, Gianni studia *nonostante* sia malato. Equivalgono a $\wedge$.
    - Gianni sta male *quando* vola, 28 è pari *perché* è divisibile per due. Equivalgono a $\rightarrow$.

Domanda

Quand'è che un enunciato della forma "non piove" è vero?

Domanda

Quand'è che un enunciato della forma "se piove, prendo l'ombrello" è vero?

Domanda

Come si fa a determinare la verità di un enunciato composto?

Domanda

Rispettando i tre principi di determinatezza, bivalenza e verofunzionalità, la risposta si articola nel modo seguente...

Valori di verità

Assumiamo di denotare la verità con il numero 1, e la falsità con il numero 0.

Valori di verità

Assumiamo di denotare la verità con il numero 1, e la falsità con il numero 0.

Mostriamo le tavole di verità di ciascuno dei nostri connettivi.

Tavole di verità. Negazione

Tavole di verità. Negazione

A	

Tavole di verità. Negazione

A	
1	

Tavole di verità. Negazione

A	
1	
0	

Tavole di verità. Negazione

A	¬ A
1	
0	

Tavole di verità. Negazione

A	¬ A
1	0
0	

Tavole di verità. Negazione

A	$\neg A$
1	0
0	1

Tavole di verità. Negazione

A	¬ A
1	0
0	1

¬ A è vero (falso) se e solo se A è falso (vero)

Tavole di verità. Congiunzione

Tavole di verità. Congiunzione

A	B	

Tavole di verità. Congiunzione

A	B	
1	1	

Tavole di verità. Congiunzione

A	B	
1	1	
1	0	

Tavole di verità. Congiunzione

A	B	
1	1	
1	0	
0	1	

Tavole di verità. Congiunzione

A	B	
1	1	
1	0	
0	1	
0	0	

Tavole di verità. Congiunzione

A	B	A $\wedge$ B
1	1	
1	0	
0	1	
0	0	

Tavole di verità. Congiunzione

A	B	A ∧ B
1	1	1
1	0	
0	1	
0	0	

Tavole di verità. Congiunzione

A	B	A ∧ B
1	1	1
1	0	0
0	1	
0	0	

Tavole di verità. Congiunzione

A	B	A $\wedge$ B
1	1	1
1	0	0
0	1	0
0	0	

Tavole di verità. Congiunzione

A	B	A ∧ B
1	1	1
1	0	0
0	1	0
0	0	0

Tavole di verità. Congiunzione

A	B	A $\wedge$ B
1	1	1
1	0	0
0	1	0
0	0	0

A $\wedge$ B è vero (falso) se e solo se A e B sono veri (A è falso o B è falso).

Tavole di verità. Disgiunzione

Tavole di verità. Disgiunzione

A	B	
1	1	
1	0	
0	1	
0	0	

Tavole di verità. Disgiunzione

A	B	$A \vee B$
1	1	
1	0	
0	1	
0	0	

Tavole di verità. Disgiunzione

A	B	$A \vee B$
1	1	1
1	0	
0	1	
0	0	

Tavole di verità. Disgiunzione

A	B	A $\vee$ B
1	1	1
1	0	1
0	1	
0	0	

Tavole di verità. Disgiunzione

A	B	A $\vee$ B
1	1	1
1	0	1
0	1	1
0	0	

Tavole di verità. Disgiunzione

A	B	A ∨ B
1	1	1
1	0	1
0	1	1
0	0	0

Tavole di verità. Disgiunzione

A	B	$A \vee B$
1	1	1
1	0	1
0	1	1
0	0	0

$A \vee B$ è vero (falso) se e solo se A è vero o B è vero (A e B sono entrambi falsi).

Tavole di verità. Implicazione

Tavole di verità. Implicazione

A	B	
1	1	
1	0	
0	1	
0	0	

Tavole di verità. Implicazione

A	B	A → B
1	1	
1	0	
0	1	
0	0	

Tavole di verità. Implicazione

A	B	$A \to B$
1	1	1
1	0	
0	1	
0	0	

Tavole di verità. Implicazione

A	B	$A \to B$
1	1	1
1	0	0
0	1	
0	0	

Tavole di verità. Implicazione

A	B	$A \rightarrow B$
1	1	1
1	0	0
0	1	1
0	0	

Tavole di verità. Implicazione

A	B	$A \rightarrow B$
1	1	1
1	0	0
0	1	1
0	0	1

Tavole di verità. Implicazione

A	B	$A \rightarrow B$
1	1	1
1	0	0
0	1	1
0	0	1

$A \rightarrow B$ è vero (falso) se e solo se A è falso o B è vero (A è vero e B è falso).

Tavole di verità. Bicondizionale

Tavole di verità. Bicondizionale

A	B	
1	1	
1	0	
0	1	
0	0	

Tavole di verità. Bicondizionale

A	B	$A \leftrightarrow B$
1	1	
1	0	
0	1	
0	0	

Tavole di verità. Bicondizionale

A	B	$A \leftrightarrow B$
1	1	1
1	0	
0	1	
0	0	

Tavole di verità. Bicondizionale

A	B	A $\leftrightarrow$ B
1	1	1
1	0	0
0	1	
0	0	

Tavole di verità. Bicondizionale

A	B	A $\leftrightarrow$ B
1	1	1
1	0	0
0	1	0
0	0	

Tavole di verità. Bicondizionale

A	B	$A \leftrightarrow B$
1	1	1
1	0	0
0	1	0
0	0	1

Tavole di verità. Bicondizionale

A	B	A $\leftrightarrow$ B
1	1	1
1	0	0
0	1	0
0	0	1

A $\leftrightarrow$ B è vero (falso) se e solo se A e B hanno lo stesso valore di verità (A e B hanno valori di verità distinti).

Esempio 1

Prendiamo l'enunciato "oggi piove e fa freddo"

Esempio 1

Sappiamo che si formalizza con: $A \wedge B$

Esempio 1

Supponiamo che qualcuno ci chieda se da questo enunciato segue necessariamente che “piove”

Esempio 1

Formalizziamo anche tale domanda: $A \wedge B \rightarrow A$?

Esempio 1

Facciamo la tavola di verità di $A \wedge B \rightarrow A$

Esempio 2

Prima di cominciare a fare la tavola di verità di $A \wedge B \rightarrow A$, una osservazione importante

Esempio 2

Quando si fa la tavola di verità di enunciati contenenti più di un connettivo, bisogna stabilire qual è il *connettivo principale*.

Esempio 2

In $A \wedge B \rightarrow A$ il connettivo principale è $\rightarrow$.

Esempio 2

Esempio 2

Esempio 2

Esempio 2

A		B		A

Esempio 2

A		B		A
1		1		1
1		0		1
0		1		0
0		0		0

Esempio 2

A	$\wedge^1$	B	$\rightarrow^2$	A
1		1		1
1		0		1
0		1		0
0		0		0

Esempio 2

A	$\wedge^1$	B	$\rightarrow^2$	A
1	1	1		1
1	0	0		1
0	0	1		0
0	0	0		0

Esempio 2

A	$\wedge^1$	B	$\rightarrow^2$	A
1	1	1	1	1
1	0	0	1	1
0	0	1	1	0
0	0	0	1	0

Esempio 2

A	$\wedge^1$	B	$\rightarrow^2$	A
1	1	1	1	1
1	0	0	1	1
0	0	1	1	0
0	0	0	1	0

Esempio 2

A	$\wedge^1$	B	$\rightarrow^2$	A
1	1	1	1	1
1	0	0	1	1
0	0	1	1	0
0	0	0	1	0

La risposta è affermativa: da "piove e fa freddo" segue necessariamente che "piove"

Tautologie

La *tautologie* sono quegli enunciati composti il cui valore di verità è sempre 1

Tautologie

Ad esempio:

Tautologie

$$A \rightarrow A \vee B$$

Tautologie

$A \rightarrow (B \rightarrow A)$ *a fortiori*

Tautologie

$\neg(A \vee B) \leftrightarrow (\neg A \wedge \neg B)$ *De Morgan I*

$\neg(A \wedge B) \leftrightarrow (\neg A \vee \neg B)$ *De Morgan II*

Ritorniamo al nostro test

Ritorniamo al nostro test

Se è vero che "chi disprezza, compra," sarà necessariamente vera anche una delle affermazioni seguenti:

Ritorniamo al nostro test

Se è vero che "chi disprezza, compra," sarà necessariamente vera anche una delle affermazioni seguenti:

- chi non disprezza, non compra,

Ritorniamo al nostro test

Se è vero che "chi disprezza, compra," sarà necessariamente vera anche una delle affermazioni seguenti:

- chi non disprezza, non compra,
- chi non compra, non disprezza,

Ritorniamo al nostro test

Se è vero che "chi disprezza, compra," sarà necessariamente vera anche una delle affermazioni seguenti:

- chi non disprezza, non compra,
- chi non compra, non disprezza,
- chi non compra, disprezza,

Ritorniamo al nostro test

Se è vero che "chi disprezza, compra," sarà necessariamente vera anche una delle affermazioni seguenti:

- chi non disprezza, non compra,
- chi non compra, non disprezza,
- chi non compra, disprezza,
- chi non disprezza, compra,

Applichiamo il nostro metodo...

Prendiamo l'enunciato "chi disprezza, compra"

Applichiamo il nostro metodo...

Sappiamo che si formalizza con: $A \rightarrow B$

Applichiamo il nostro metodo...

Controlliamo se da questo enunciato segue necessariamente la prima delle nostre opzioni: "chi non compra, non disprezza," ossia: $\neg B \rightarrow \neg A$

Applichiamo il nostro metodo...

Formalizziamo tale domanda: $(A \rightarrow B) \rightarrow (\neg B \rightarrow \neg A)$?

Applichiamo il nostro metodo...

A questo punto abbiamo due opzioni:

Applichiamo il nostro metodo...

1. Sappiamo che $(A \rightarrow B) \rightarrow (\neg B \rightarrow \neg A)$ è (o non è) una tautologia e diamo direttamente la nostra risposta

Applichiamo il nostro metodo...

2. Non ci ricordiamo se $(A \to B) \to (\neg B \to \neg A)$ è una tautologia oppure no, dunque facciamo la tavola di verità

Analisi de test

$$(A \to B) \to (\neg B \to \neg A)$$

Analisi de test

$$(A \to B) \to (\neg B \to \neg A)$$

Analisi de test

$(A \rightarrow B)$

$(\neg B \rightarrow \neg A)$

Analisi de test

$(A \rightarrow B)$

$(\neg B \rightarrow \neg A)$

Analisi de test

$(A \rightarrow B)$

$(\neg B \rightarrow \neg A)$

Analisi de test

$(A \rightarrow B)$

$(\neg B \rightarrow \neg A)$

Analisi de test

$$(A \rightarrow B)$$

$$(\neg B \rightarrow \neg A)$$

Analisi de test

Mettiamo in pratica quanto abbiamo appena detto.

Analisi de test

Analisi de test

A		B			B			A

Analisi de test

A		B			B			A
1		1			1			1
1		0			0			1
0		1			1			0
0		0			0			0

Analisi de test

A	$\rightarrow$	B	$\rightarrow$	$\neg$	B	$\rightarrow$	$\neg$	A
1		1			1			1
1		0			0			1
0		1			1			0
0		0			0			0

Analisi de test

A	$\rightarrow$	B	$\rightarrow$	$\neg$	B	$\rightarrow$	$\neg$	A
1	1	1			1			1
1	0	0			0			1
0	1	1			1			0
0	1	0			0			0

Analisi de test

A	$\rightarrow$	B	$\rightarrow$	$\neg$	B	$\rightarrow$	$\neg$	A
1	1	1		0	1			1
1	0	0		1	0			1
0	1	1		0	1			0
0	1	0		1	0			0

Analisi de test

A	$\rightarrow$	B	$\rightarrow$	$\neg$	B	$\rightarrow$	$\neg$	A
1	1	1		0	1		0	1
1	0	0		1	0		0	1
0	1	1		0	1		1	0
0	1	0		1	0		1	0

Analisi de test

A	$\to$	B	$\to$	$\neg$	B	$\to$	$\neg$	A
1	1	1		0	1		0	1
1	0	0		1	0		0	1
0	1	1		0	1		1	0
0	1	0		1	0		1	0

Analisi de test

A	$\to$	B	$\to$	$\neg$	B	$\to$	$\neg$	A
1	1	1		0	1	1	0	1
1	0	0		1	0	0	0	1
0	1	1		0	1	1	1	0
0	1	0		1	0	1	1	0

Analisi de test

A	$\rightarrow$	B	$\rightarrow$	$\neg$	B	$\rightarrow$	$\neg$	A
1	1	1		0	1	1	0	1
1	0	0		1	0	0	0	1
0	1	1		0	1	1	1	0
0	1	0		1	0	1	1	0

Analisi de test

A	$\rightarrow$	B	$\rightarrow$	$\neg$	B	$\rightarrow$	$\neg$	A
1	1	1	1	0	1	1	0	1
1	0	0	1	1	0	0	0	1
0	1	1	1	0	1	1	1	0
0	1	0	1	1	0	1	1	0

Analisi de test

A	$\rightarrow$	B	$\rightarrow$	$\neg$	B	$\rightarrow$	$\neg$	A
1	1	1	1	0	1	1	0	1
1	0	0	1	1	0	0	0	1
0	1	1	1	0	1	1	1	0
0	1	0	1	1	0	1	1	0

La risposta è affermativa: da "chi disprezza, compra" segue necessariamente che "chi non compra, non disprezza"

Secondo esempio di test

Non si dà il caso che Anna è bella e simpatica. O, equivalentemente...

Secondo esempio di test

Non si dà il caso che Anna è bella e simpatica. O, equivalentemente...

- Anna è bella e simpatica,

Secondo esempio di test

Non si dà il caso che Anna è bella e simpatica. O, equivalentemente...

- Anna è bella e simpatica,
- se Anna non è bella, allora non è simpatica,

Secondo esempio di test

Non si dà il caso che Anna è bella e simpatica. O, equivalentemente...

- Anna è bella e simpatica,
- se Anna non è bella, allora non è simpatica,
- non si dà il caso che Anna non è bella né simpatica,

Secondo esempio di test

Non si dà il caso che Anna è bella e simpatica. O, equivalentemente...

- Anna è bella e simpatica,
- se Anna non è bella, allora non è simpatica,
- non si dà il caso che Anna non è bella né simpatica,
- Anna non è bella o non è simpatica.

Applichiamo il nostro metodo...

Prendiamo l'enunciato "Non si dà il caso che Anna è bella e simpatica"

Applichiamo il nostro metodo...

Sappiamo che si formalizza con: $\neg(A \wedge B)$

Applichiamo il nostro metodo...

Questa volta dobbiamo controllare che:

Applichiamo il nostro metodo...

$$\neg(A \land B)$$

Applichiamo il nostro metodo...

$\neg(A \wedge B)$ è equivalente con

Applichiamo il nostro metodo...

$$\neg(A \wedge B) \qquad \leftrightarrow$$

Applichiamo il nostro metodo...

$\neg(A \wedge B)$	$\leftrightarrow$	Anna è bella e simpatica

Applichiamo il nostro metodo...

$$\neg(A \wedge B) \qquad \leftrightarrow \qquad A \wedge B$$

Applichiamo il nostro metodo...

$\neg(A \wedge B)$	$\leftrightarrow$	se Anna non è bella, allora non é simpatica

Applichiamo il nostro metodo...

$$\neg(A \wedge B) \qquad \leftrightarrow \qquad \neg A \rightarrow \neg B$$

Applichiamo il nostro metodo...

$\neg(A \wedge B)$	$\leftrightarrow$	non si dà il caso che Anna non è bella né simpatica

Applichiamo il nostro metodo...

$$\neg(A \wedge B) \qquad \leftrightarrow \qquad \neg(\neg A \wedge \neg B)$$

Applichiamo il nostro metodo...

$\neg(A \wedge B) \quad \leftrightarrow$ Anna non è bella o non è simpatica

Applichiamo il nostro metodo...

$$\neg(A \wedge B) \qquad \leftrightarrow$$

Applichiamo il nostro metodo...

$$\neg(A \wedge B) \qquad \leftrightarrow \qquad \neg A \vee \neg B$$

Applichiamo il nostro metodo...

$$\neg(A \wedge B) \qquad \leftrightarrow \qquad \neg A \vee \neg B$$

Applichiamo il nostro metodo...

De Morgan!

Applichiamo il nostro metodo...

La risposta è affermativa: "Non si dà il caso che Anna è bella e simpatica" è equivalente a "Anna non è bella o non è simpatica"

Alcuni esempi di test 3

Si completi il seguente ragionamento. Se hai talento, sei un artista. Dunque se sei un artista:

Alcuni esempi di test 3

Si completi il seguente ragionamento. Se hai talento, sei un artista. Dunque se sei un artista:

- hai talento,

Alcuni esempi di test 3

Si completi il seguente ragionamento. Se hai talento, sei un artista. Dunque se sei un artista:

- hai talento,
- non hai talento,

Alcuni esempi di test 3

Si completi il seguente ragionamento. Se hai talento, sei un artista. Dunque se sei un artista:

- hai talento,
- non hai talento,
- non è possibile inferire alcuna conclusione,

Alcuni esempi di test 3

Si completi il seguente ragionamento. Se hai talento, sei un artista. Dunque se sei un artista:

- hai talento,
- non hai talento,
- non è possibile inferire alcuna conclusione,
- non sei artista e hai talento.

Hai capito?

Da fare a casa....

Bibliografia

- A. Cantini e P. Minari, *Introduzione alla logica*, Le Monnier Università, Firenze, 2009.