Esercizi di Logica, III

Prof. Andrea Cantini

* * *

PRECORSO 2009
Facoltà di Medicina e Chirurgia

26 Agosto 2009

Perchè la logica ?

Il buon senso è la cosa nel mondo meglio distribuita: ciascuno, infatti, pensa di esserne ben provvisto, e anche coloro che sono i più difficili a contentarsi in ogni altra cosa, per questa non sogliono desiderarne di più. Né è verosimile che tutti s'ingannino: anzi ciò dimostra che ***la facoltà di ben giudicare e di distinguere il vero dal falso*** *(che è propriamente ciò che si dice buon senso o ragione) è uguale per natura in tutti gli uomini.*

[X, 1637]

Domanda I

Quali delle seguenti affermazioni sono implicite nel testo precedente?

1. Non è necessario studiare la logica per ragionare correttamente!
2. Se non si studia la logica, non si può ragionare correttamente
3. alla ragione spetta la capacità di discriminare le proposizioni vere da quelle false
4. la ragione e le facoltà logiche si accrescono con l'esercizio

Soluzione: 1, 3
[Chi vi parla è d'accordo con l'affermazione 1!]

Domanda I

Quali delle seguenti affermazioni sono implicite nel testo precedente?

1. Non è necessario studiare la logica per ragionare correttamente!
2. Se non si studia la logica, non si può ragionare correttamente
3. alla ragione spetta la capacità di discriminare le proposizioni vere da quelle false
4. la ragione e le facoltà logiche si accrescono con l'esercizio

Soluzione: 1, 3
[Chi vi parla è d'accordo con l'affermazione 1!]

Domanda I

Quali delle seguenti affermazioni sono implicite nel testo precedente?

1. Non è necessario studiare la logica per ragionare correttamente!
2. Se non si studia la logica, non si può ragionare correttamente
3. alla ragione spetta la capacità di discriminare le proposizioni vere da quelle false
4. la ragione e le facoltà logiche si accrescono con l'esercizio

Soluzione: 1, 3
[Chi vi parla è d'accordo con l'affermazione 1!]

Domanda I

Quali delle seguenti affermazioni sono implicite nel testo precedente?

1. Non è necessario studiare la logica per ragionare correttamente!
2. Se non si studia la logica, non si può ragionare correttamente
3. alla ragione spetta la capacità di discriminare le proposizioni vere da quelle false
4. la ragione e le facoltà logiche si accrescono con l'esercizio

Soluzione: 1, 3
[Chi vi parla è d'accordo con l'affermazione 1!]

Domanda I

Quali delle seguenti affermazioni sono implicite nel testo precedente?

1. Non è necessario studiare la logica per ragionare correttamente!
2. Se non si studia la logica, non si può ragionare correttamente
3. alla ragione spetta la capacità di discriminare le proposizioni vere da quelle false
4. la ragione e le facoltà logiche si accrescono con l'esercizio

Soluzione: 1, 3

[Chi vi parla è d'accordo con l'affermazione 1!]

Domanda I

Quali delle seguenti affermazioni sono implicite nel testo precedente?

1. Non è necessario studiare la logica per ragionare correttamente!
2. Se non si studia la logica, non si può ragionare correttamente
3. alla ragione spetta la capacità di discriminare le proposizioni vere da quelle false
4. la ragione e le facoltà logiche si accrescono con l'esercizio

Soluzione: 1, 3

[Chi vi parla è d'accordo con l'affermazione 1!]

Domanda I

Quali delle seguenti affermazioni sono implicite nel testo precedente?

1. Non è necessario studiare la logica per ragionare correttamente!
2. Se non si studia la logica, non si può ragionare correttamente
3. alla ragione spetta la capacità di discriminare le proposizioni vere da quelle false
4. la ragione e le facoltà logiche si accrescono con l'esercizio

Soluzione: 1, 3
[Chi vi parla è d'accordo con l'affermazione 1!]

Domanda II

L'autore del brano (che morì nel 1650) è, fra l'altro, autore di un celebre e fondamentale trattato di geometria. Si tratta di:

1. Euclide
2. Galileo Galilei
3. Blaise Pascal
4. Pierre De Ronsard
5. Isaac Newton
6. Descartes
7. Evangelista Torricelli

Esercizio: classificare i personaggi precedenti usando (combinazioni de)i predicati: filosofo, matematico, fisico, poeta...

Domanda II

L'autore del brano (che morì nel 1650) è, fra l'altro, autore di un celebre e fondamentale trattato di geometria. Si tratta di:

1. Euclide
2. Galileo Galilei
3. Blaise Pascal
4. Pierre De Ronsard
5. Isaac Newton
6. Descartes
7. Evangelista Torricelli

Esercizio: classificare i personaggi precedenti usando (combinazioni de)i predicati: filosofo, matematico, fisico, poeta. . .

Domanda II

L'autore del brano (che morì nel 1650) è, fra l'altro, autore di un celebre e fondamentale trattato di geometria. Si tratta di:

1. Euclide
2. Galileo Galilei
3. Blaise Pascal
4. Pierre De Ronsard
5. Isaac Newton
6. Descartes
7. Evangelista Torricelli

Esercizio: classificare i personaggi precedenti usando (combinazioni de)i predicati: filosofo, matematico, fisico, poeta...

Domanda II

L'autore del brano (che morì nel 1650) è, fra l'altro, autore di un celebre e fondamentale trattato di geometria. Si tratta di:

1. Euclide
2. Galileo Galilei
3. Blaise Pascal
4. Pierre De Ronsard
5. Isaac Newton
6. Descartes
7. Evangelista Torricelli

Esercizio: classificare i personaggi precedenti usando (combinazioni de)i predicati: filosofo, matematico, fisico, poeta...

Domanda II

L'autore del brano (che morì nel 1650) è, fra l'altro, autore di un celebre e fondamentale trattato di geometria. Si tratta di:

1. Euclide
2. Galileo Galilei
3. Blaise Pascal
4. Pierre De Ronsard
5. Isaac Newton
6. Descartes
7. Evangelista Torricelli

Esercizio: classificare i personaggi precedenti usando (combinazioni de)i predicati: filosofo, matematico, fisico, poeta. . .

Domanda II

L'autore del brano (che morì nel 1650) è, fra l'altro, autore di un celebre e fondamentale trattato di geometria. Si tratta di:

1. Euclide
2. Galileo Galilei
3. Blaise Pascal
4. Pierre De Ronsard
5. Isaac Newton
6. Descartes
7. Evangelista Torricelli

Esercizio: classificare i personaggi precedenti usando (combinazioni de)i predicati: filosofo, matematico, fisico, poeta...

Domanda II

L'autore del brano (che morì nel 1650) è, fra l'altro, autore di un celebre e fondamentale trattato di geometria. Si tratta di:

1. Euclide
2. Galileo Galilei
3. Blaise Pascal
4. Pierre De Ronsard
5. Isaac Newton
6. Descartes
7. Evangelista Torricelli

Esercizio: classificare i personaggi precedenti usando (combinazioni de)i predicati: filosofo, matematico, fisico, poeta...

Domanda II

L'autore del brano (che morì nel 1650) è, fra l'altro, autore di un celebre e fondamentale trattato di geometria. Si tratta di:

1. Euclide
2. Galileo Galilei
3. Blaise Pascal
4. Pierre De Ronsard
5. Isaac Newton
6. Descartes
7. Evangelista Torricelli

Esercizio: classificare i personaggi precedenti usando (combinazioni de)i predicati: filosofo, matematico, fisico, poeta. . .

Argomenti

Centrale in logica è il concetto di argomento (deduzione, inferenza...). Intuitivamente un argomento è costituito da un insieme finito di enunciati **dichiarativi**, strutturato in

- premesse $A_1, \ldots, A_n$ (una, due, ...)
- conclusione C

Compattamente:

$$\frac{A_1, \ldots A_n}{C}$$

Argomenti

Centrale in logica è il concetto di argomento (deduzione, inferenza. . .). Intuitivamente un argomento è costituito da un insieme finito di enunciati **dichiarativi**, strutturato in

- premesse $A_1, \ldots, A_n$ (una, due, . . .)
- conclusione C

Compattamente:

$$\frac{A_1, \ldots A_n}{C}$$

Argomenti

Centrale in logica è il concetto di argomento (deduzione, inferenza...). Intuitivamente un argomento è costituito da un insieme finito di enunciati **dichiarativi**, strutturato in

- premesse $A_1, \ldots, A_n$ (una, due, ...)
- conclusione C

Compattamente:

$$\frac{A_1, \ldots A_n}{C}$$

Esempi

In logica e in generale nell'attività scientifica e razionale interessano però solo gli argomenti VALIDI.

Un argomento è detto **valido (o corretto)** se non è possibile immaginarsi **CONTROMODELLI**, ovvero situazioni in cui le premesse $A_1, \ldots, A_n$ sono **VERE** e la conclusione C è **FALSA**

La definizione, nonostante l'apparenza informale e intuitiva, si lascia rendere matematicamente precisa e rigorosa. . .

Esempi

In logica e in generale nell'attività scientifica e razionale interessano però solo gli argomenti VALIDI.
Un argomento è detto **valido** (o **corretto**) se non è possibile immaginarsi **CONTROMODELLI**, ovvero situazioni in cui le premesse $A_1, \dots, A_n$ sono **VERE** e la conclusione C è **FALSA**
La definizione, nonostante l'apparenza informale e intuitiva, si lascia rendere matematicamente precisa e rigorosa. . .

Esempi

In logica e in generale nell'attività scientifica e razionale interessano però solo gli argomenti VALIDI.
Un argomento è detto **valido** (o **corretto**) se non è possibile immaginarsi **CONTROMODELLI**, ovvero situazioni in cui le premesse $A_1, \ldots, A_n$ sono **VERE** e la conclusione C è **FALSA**
La definizione, nonostante l'apparenza informale e intuitiva, si lascia rendere matematicamente precisa e rigorosa...

Non tutti gli insiemi di enunciati dichiarativi contano come argomenti logici...

Quali gli argomenti logici fra i seguenti insiemi di enunciati dichiarativi?

- S. Miniato è una graziosa cittadina toscana. Si trova in collina e domina la piana dell'Arno;
- il castoro è simile alla lontra per quel che concerne il mantello; il castoro vive nei fiumi dell'Europa Settentrionale. Dunque anche la lontra vive nei fiumi dell'Europa settentrionale (**analogia!**);

Non tutti gli insiemi di enunciati dichiarativi contano come argomenti logici...

Quali gli argomenti logici fra i seguenti insiemi di enunciati dichiarativi?

- S. Miniato è una graziosa cittadina toscana. Si trova in collina e domina la piana dell'Arno;
- il castoro è simile alla lontra per quel che concerne il mantello; il castoro vive nei fiumi dell'Europa Settentrionale. Dunque anche la lontra vive nei fiumi dell'Europa settentrionale (analogia!);

Non tutti gli insiemi di enunciati dichiarativi contano come argomenti logici. . .
Quali gli argomenti logici fra i seguenti insiemi di enunciati dichiarativi?

- S. Miniato è una graziosa cittadina toscana. Si trova in collina e domina la piana dell'Arno;
- il castoro è simile alla lontra per quel che concerne il mantello; il castoro vive nei fiumi dell'Europa Settentrionale. Dunque anche la lontra vive nei fiumi dell'Europa settentrionale (analogia!);

Non tutti gli insiemi di enunciati dichiarativi contano come argomenti logici. . .
Quali gli argomenti logici fra i seguenti insiemi di enunciati dichiarativi?

- S. Miniato è una graziosa cittadina toscana. Si trova in collina e domina la piana dell'Arno;
- il castoro è simile alla lontra per quel che concerne il mantello; il castoro vive nei fiumi dell'Europa Settentrionale. Dunque anche la lontra vive nei fiumi dell'Europa settentrionale (analogia!);

Non tutti gli insiemi di enunciati dichiarativi contano come argomenti logici...
Quali gli argomenti logici fra i seguenti insiemi di enunciati dichiarativi?

- S. Miniato è una graziosa cittadina toscana. Si trova in collina e domina la piana dell'Arno;
- il castoro è simile alla lontra per quel che concerne il mantello; il castoro vive nei fiumi dell'Europa Settentrionale. Dunque anche la lontra vive nei fiumi dell'Europa settentrionale (**analogia!**);

- La pressione è aumentata e l'umidità è diminuita. Dunque il tempo si manterrà sereno stabile nelle prossime 24 ore (. . . induzione, statistica, –>meteo);
- Giovanni è simpatico e brillante, e ha promesso di favorire Giacomo. Dunque Giacomo vota per Giovanni (la conclusione è plausibile, calcolo dell'utilità. . .);

- La pressione è aumentata e l'umidità è diminuita. Dunque il tempo si manterrà sereno stabile nelle prossime 24 ore (. . . induzione, statistica, −>meteo);
- Giovanni è simpatico e brillante, e ha promesso di favorire Giacomo. Dunque Giacomo vota per Giovanni (la conclusione è plausibile, calcolo dell'utilità. . .);

- La pressione è aumentata e l'umidità è diminuita. Dunque il tempo si manterrà sereno stabile nelle prossime 24 ore (. . . induzione, statistica, –>meteo);
- Giovanni è simpatico e brillante, e ha promesso di favorire Giacomo. Dunque Giacomo vota per Giovanni (la conclusione è plausibile, calcolo dell'utilità. . .);

- La pressione è aumentata e l'umidità è diminuita. Dunque il tempo si manterrà sereno stabile nelle prossime 24 ore (. . . induzione, statistica, –>meteo);
- Giovanni è simpatico e brillante, e ha promesso di favorire Giacomo. Dunque Giacomo vota per Giovanni (la conclusione è plausibile, calcolo dell'utilità. . .);

- C'è il sole e la neve è ottima. Dunque andiamo a sciare (–> utile/piacere);
- Dulbecco ritiene che il virus XXX sia la causa della malattia YYY. Dunque il virus XXX è la causa della malattia YYY (autorità)

- C'è il sole e la neve è ottima. Dunque andiamo a sciare (–> utile/piacere);
- Dulbecco ritiene che il virus XXX sia la causa della malattia YYY. Dunque il virus XXX è la causa della malattia YYY (autorità)

- C'è il sole e la neve è ottima. Dunque andiamo a sciare (–> utile/piacere);
- Dulbecco ritiene che il virus XXX sia la causa della malattia YYY. Dunque il virus XXX è la causa della malattia YYY (autorità)

- C'è il sole e la neve è ottima. Dunque andiamo a sciare (–> utile/piacere);
- Dulbecco ritiene che il virus XXX sia la causa della malattia YYY. Dunque il virus XXX è la causa della malattia YYY (autorità)

- Nessuna balena è bipede; tutti gli uomini sono bipedi. Dunque nessun uomo è una balena (–>logica, sill. Cesare, II figura);
- se c' è Libeccio, Gianni rimane in porto, ma Gianni non rimane in porto. Dunque non c'è Libeccio (–>logica proposizionale).

- Nessuna balena è bipede; tutti gli uomini sono bipedi. Dunque nessun uomo è una balena (–>logica, sill. Cesare, II figura);
- se c' è Libeccio, Gianni rimane in porto, ma Gianni non rimane in porto. Dunque non c'è Libeccio (–>logica proposizionale).

- Nessuna balena è bipede; tutti gli uomini sono bipedi. Dunque nessun uomo è una balena (–>logica, sill. Cesare, II figura);
- se c' è Libeccio, Gianni rimane in porto, ma Gianni non rimane in porto. Dunque non c'è Libeccio (–>logica proposizionale).

- Nessuna balena è bipede; tutti gli uomini sono bipedi. Dunque nessun uomo è una balena (–>logica, sill. Cesare, II figura);
- se c' è Libeccio, Gianni rimane in porto, ma Gianni non rimane in porto. Dunque non c'è Libeccio (–>logica proposizionale).

Il detective

Notazioni: $\rightarrow$ = 'implica'; $\neg$ = 'non'; $\vee$ = 'o'; $\wedge$ = 'e'.
Si suppongano veri i seguenti enunciati, le nostre *premesse*:

1. Se il colpevole è un uomo, ha statura piccola ($U \rightarrow P$).
2. Se è di piccola statura, è entrato dalla finestra ($P \rightarrow F$).
3. Il colpevole è un uomo o ha indossato abiti maschili ($U \vee M$).
4. Se ha indossato abiti maschili e il racconto del testimone oculare è affidabile, egli è entrato dalla finestra. ($M \wedge T \rightarrow F$) pause
5. Il colpevole, alla luce degli accertamenti fatti, non è entrato dalla finestra. ($\neg F$)

Cosa conclude il nostro detective?

Il detective

Notazioni: $\rightarrow$ = 'implica'; $\neg$ = 'non'; $\vee$ = 'o'; $\wedge$ = 'e'.

Si suppongano veri i seguenti enunciati, le nostre *premesse*:

1. Se il colpevole è un uomo, ha statura piccola ($U \rightarrow P$).
2. Se è di piccola statura, è entrato dalla finestra ($P \rightarrow F$).
3. Il colpevole è un uomo o ha indossato abiti maschili ($U \vee M$).
4. Se ha indossato abiti maschili e il racconto del testimone oculare è affidabile, egli è entrato dalla finestra. ($M \wedge T \rightarrow F$) pause
5. Il colpevole, alla luce degli accertamenti fatti, non è entrato dalla finestra. ($\neg F$)

Cosa conclude il nostro detective?

Il detective

`Notazioni:` $\to$ = 'implica'; $\neg$ = 'non'; $\vee$ = 'o'; $\wedge$ = 'e'.

Si suppongano veri i seguenti enunciati, le nostre *premesse*:

1. Se il colpevole è un uomo, ha statura piccola ($U \to P$).
2. Se è di piccola statura, è entrato dalla finestra ($P \to F$).
3. Il colpevole è un uomo o ha indossato abiti maschili ($U \vee M$).
4. Se ha indossato abiti maschili e il racconto del testimone oculare è affidabile, egli è entrato dalla finestra. ($M \wedge T \to F$) pause
5. Il colpevole, alla luce degli accertamenti fatti, non è entrato dalla finestra. ($\neg F$)

Cosa conclude il nostro detective?

Il detective

`Notazioni:` $\rightarrow$ = 'implica'; $\neg$ = 'non'; $\vee$ = 'o'; $\wedge$ = 'e'.

Si suppongano veri i seguenti enunciati, le nostre *premesse*:

1. Se il colpevole è un uomo, ha statura piccola ($U \rightarrow P$).
2. Se è di piccola statura, è entrato dalla finestra ($P \rightarrow F$).
3. Il colpevole è un uomo o ha indossato abiti maschili ($U \vee M$).
4. Se ha indossato abiti maschili e il racconto del testimone oculare è affidabile, egli è entrato dalla finestra. ($M \wedge T \rightarrow F$) pause
5. Il colpevole, alla luce degli accertamenti fatti, non è entrato dalla finestra. ($\neg F$)

Cosa conclude il nostro detective?

Il detective

`Notazioni:` $\to$ = 'implica'; $\neg$ = 'non'; $\vee$ = 'o'; $\wedge$ = 'e'.

Si suppongano veri i seguenti enunciati, le nostre *premesse*:

1. Se il colpevole è un uomo, ha statura piccola ($U \to P$).
2. Se è di piccola statura, è entrato dalla finestra ($P \to F$).
3. Il colpevole è un uomo o ha indossato abiti maschili ($U \vee M$).
4. Se ha indossato abiti maschili e il racconto del testimone oculare è affidabile, egli è entrato dalla finestra. ($M \wedge T \to F$) pause
5. Il colpevole, alla luce degli accertamenti fatti, non è entrato dalla finestra. ($\neg F$)

Cosa conclude il nostro detective?

Il detective

`Notazioni:` $\rightarrow$ = 'implica'; $\neg$ = 'non'; $\vee$ = 'o'; $\wedge$ = 'e'.

Si suppongano veri i seguenti enunciati, le nostre *premesse*:

1. Se il colpevole è un uomo, ha statura piccola ($U \rightarrow P$).
2. Se è di piccola statura, è entrato dalla finestra ($P \rightarrow F$).
3. Il colpevole è un uomo o ha indossato abiti maschili ($U \vee M$).
4. Se ha indossato abiti maschili e il racconto del testimone oculare è affidabile, egli è entrato dalla finestra. ($M \wedge T \rightarrow F$) pause
5. Il colpevole, alla luce degli accertamenti fatti, non è entrato dalla finestra. ($\neg F$)

Cosa conclude il nostro detective?

Si può ragionare come segue:

6. Dunque , $U \to F(1,2)$;
7. Dunque $\neg U$ (6,5)
8. Dunque M (7,3)
9. Ma $\neg(M \wedge T)(4,5)$, i.e.
10. $\neg M \vee \neg T$ (9)
11. $\neg T$ (10, 8)

12 D'altra parte, $\neg P$ (2,5).

In sintesi, si conclude: $\neg U$ (il colpevole non è un uomo), ma M (indossava abiti maschili), $\neg P$ (è alto), e $\neg T$ (il testimone non è affidabile).

Osservazione

- I passaggi precedenti RIPOSANO solo sul significato fissato dalle tavole di verità dei connettivi coinvolti !
- Carattere formale delle inferenze logiche!
- altrettanto **NON vale** nel caso degli argomenti per analogia, induttivi, . . . : è possibile accettare la validità delle premesse e la falsità della conclusione...

Osservazione

- I passaggi precedenti RIPOSANO solo sul significato fissato dalle tavole di verità dei connettivi coinvolti !
- Carattere formale delle inferenze logiche!
- altrettanto **NON vale** nel caso degli argomenti per analogia, induttivi, ...: è possibile accettare la validità delle premesse e la falsità della conclusione...

Osservazione

- I passaggi precedenti RIPOSANO solo sul significato fissato dalle tavole di verità dei connettivi coinvolti !
- Carattere formale delle inferenze logiche!
- altrettanto **NON vale** nel caso degli argomenti per analogia, induttivi, . . . : è possibile accettare la validità delle premesse e la falsità della conclusione...

Osservazione

- I passaggi precedenti RIPOSANO solo sul significato fissato dalle tavole di verità dei connettivi coinvolti !
- Carattere formale delle inferenze logiche!
- altrettanto **NON vale** nel caso degli argomenti per analogia, induttivi, . . . : è possibile accettare la validità delle premesse e la falsità della conclusione...

Il DPEF

Decidere se il seguente argomento contenuto nel DPEF di un ipotetico governo è corretto, oppure no.

1. Se gli investimenti di capitali sono costanti, allora aumenta la spesa governativa oppure ci sarà disoccupazione: $(C \rightarrow S \vee D)$.
2. Se non aumenta la spesa governativa, le tasse possono essere ridotte; $(\, non\, S \rightarrow R)$
3. Se le tasse possono essere ridotte e gli investimenti di capitali sono costanti, non vi sarà disoccupazione $(R \wedge C \rightarrow\ non\, D)$;
4. Dunque la spesa governativa aumenta (ovvero S)

Un argomento problematico I

Si consideri

$$\frac{\text{Se piove, prendo l'ombrello} \qquad \text{Se piove, indosso l'impermeabile}}{\text{Se piove, prendo l'ombrello e indosso l'ipermeabile}}$$

Sembra dunque corretta e generale l'inferenza

$$\frac{A \longrightarrow B \qquad A \longrightarrow C}{A \longrightarrow B \text{ e } C}$$

Un argomento problematico I

Si consideri

$$\frac{\text{Se piove, prendo l'ombrello} \qquad \text{Se piove, indosso l'impermeabile}}{\text{Se piove, prendo l'ombrello e indosso l'ipermeabile}}$$

Sembra dunque corretta e generale l'inferenza

$$\frac{A \longrightarrow B \qquad A \longrightarrow C}{A \longrightarrow B \text{ e } C}$$

Un argomento problematico I

Si consideri

$$\frac{\text{Se piove, prendo l'ombrello} \qquad \text{Se piove, indosso l'impermeabile}}{\text{Se piove, prendo l'ombrello e indosso l'ipermeabile}}$$

Sembra dunque corretta e generale l'inferenza

$$\frac{A \longrightarrow B \qquad A \longrightarrow C}{A \longrightarrow B \text{ e } C}$$

Un argomento problematico II

Ma si consideri il caso in cui l'antecedente delle due implicazioni è A:= Giovanni (G in breve) ha 1 euro e l'inferenza diventa:

$$\frac{\text{Se A, G compra il Corriere} \qquad \text{Se A, G compra la Nazione}}{\text{Se A, G compra il Corriere e la Nazione}}$$

Soluzione del puzzle: BISOGNA distinguere vari tipi di congiunzione... PROBLEMA della dipendenza della verità dalle risorse di cui si dispone. Nel caso classico si fa astrazione dalle risorse...

Un argomento problematico II

Ma si consideri il caso in cui l'antecedente delle due implicazioni è A:= Giovanni (G in breve) ha 1 euro e l'inferenza diventa:

$$\frac{\text{Se A, G compra il Corriere} \qquad \text{Se A, G compra la Nazione}}{\text{Se A, G compra il Corriere e la Nazione}}$$

Soluzione del puzzle: BISOGNA distinguere vari tipi di congiunzione. . . PROBLEMA della dipendenza della verità dalle risorse di cui si dispone. Nel caso classico si fa astrazione dalle risorse. . .

Ragionare su conoscenze...

Fase 1

C e M giocano a carte; ciascuno ha un asso in mano.
Dunque

1. C sa che o lui ha un asso oppure o M ha un asso;
2. M sa che o lui ha un asso oppure C ha un asso;

Interviene D che dice sempre la verità e domanda **pubblicamente** sia a C che a M se **sa se l'altro ha un asso**.
Risposta ovvia: NO !

Ragionare su conoscenze. . .

Fase 1

C e M giocano a carte; ciascuno ha un asso in mano.
Dunque

1. C sa che o lui ha un asso oppure o M ha un asso;
2. M sa che o lui ha un asso oppure C ha un asso;

Interviene D che dice sempre la verità e domanda **pubblicamente** sia a C che a M se **sa se l'altro ha un asso**.
Risposta ovvia: NO !

Ragionare su conoscenze. . .

Fase 1

C e M giocano a carte; ciascuno ha un asso in mano.
Dunque

1. C sa che o lui ha un asso oppure o M ha un asso;
2. M sa che o lui ha un asso oppure C ha un asso;

Interviene D che dice sempre la verità e domanda **pubblicamente** sia a C che a M se **sa se l'altro ha un asso**.
Risposta ovvia: NO !

Ragionare su conoscenze. . .

Fase 1

C e M giocano a carte; ciascuno ha un asso in mano.
Dunque

1. C sa che o lui ha un asso oppure o M ha un asso;
2. M sa che o lui ha un asso oppure C ha un asso;

Interviene D che dice sempre la verità e domanda **pubblicamente** sia a C che a M se **sa se l'altro ha un asso**.
Risposta ovvia: NO !

Ragionare su conoscenze. . .

Fase 1

C e M giocano a carte; ciascuno ha un asso in mano.
Dunque

1. C sa che o lui ha un asso oppure o M ha un asso;
2. M sa che o lui ha un asso oppure C ha un asso;

Interviene D che dice sempre la verità e domanda **pubblicamente** sia a C che a M se **sa se l'altro ha un asso**.
Risposta ovvia: NO !

Ragionare su conoscenze. . .

Fase 1

C e M giocano a carte; ciascuno ha un asso in mano.
Dunque

1. C sa che o lui ha un asso oppure o M ha un asso;
2. M sa che o lui ha un asso oppure C ha un asso;

Interviene D che dice sempre la verità e domanda **pubblicamente** sia a C che a M se **sa se l'altro ha un asso**.
Risposta ovvia: NO !

Fase 2

Ora D dichiara **pubblicamente**:

O C ha un asso o M ha un asso.

Così entrambi ora sanno che uno dei due ha un asso e sanno che l'altro lo sa.
Poi D ripete la domanda, per es. rivolgendosi a C; allora

- la risposta di C è ancora **NO**; infatti l'affermazione di D vale se solo C ha l'asso e M potrebbe non averlo.

Fase 2

Ora D dichiara **pubblicamente**:

O C ha un asso o M ha un asso.

Così entrambi ora sanno che uno dei due ha un asso e sanno che l'altro lo sa.

Poi D ripete la domanda, per es. rivolgendosi a C; allora

- la risposta di C è ancora **NO**; infatti l'affermazione di D vale se solo C ha l'asso e M potrebbe non averlo.

Fase 2

Ora D dichiara **pubblicamente**:

O C ha un asso o M ha un asso.

Così entrambi ora sanno che uno dei due ha un asso e sanno che l'altro lo sa.

Poi D ripete la domanda, per es. rivolgendosi a C; allora

- la risposta di C è ancora **NO**; infatti l'affermazione di D vale se solo C ha l'asso e M potrebbe non averlo.

Fase 2

Ora D dichiara **pubblicamente**:

O C ha un asso o M ha un asso.

Così entrambi ora sanno che uno dei due ha un asso e sanno che l'altro lo sa.
Poi D ripete la domanda, per es. rivolgendosi a C; allora

- la risposta di C è ancora **NO**; infatti l'affermazione di D vale se solo C ha l'asso e M potrebbe non averlo.

Fase 2

Ora D dichiara **pubblicamente**:

O C ha un asso o M ha un asso.

Così entrambi ora sanno che uno dei due ha un asso e sanno che l'altro lo sa.
Poi D ripete la domanda, per es. rivolgendosi a C; allora

- la risposta di C è ancora **NO**; infatti l'affermazione di D vale se solo C ha l'asso e M potrebbe non averlo.

Fase 3

D ripete la domanda, rivolgendosi a M:

- ora la risposta di M è **SÌ**!

Perché?
Se C non avesse in mano un asso, dopo la dichiarazione di D, avrebbe risposto **SÌ** e avrebbe indovinato che l'asso ce l'aveva M. . .

Fase 3

D ripete la domanda, rivolgendosi a M:

- ora la risposta di M è **SÌ**!

Perché?
Se C non avesse in mano un asso, dopo la dichiarazione di D, avrebbe risposto **SÌ** e avrebbe indovinato che l'asso ce l'aveva M. . .

Fase 3

D ripete la domanda, rivolgendosi a M:

- ora la risposta di M è **SÌ**!

Perché?

Se C non avesse in mano un asso, dopo la dichiarazione di D, avrebbe risposto **SÌ** e avrebbe indovinato che l'asso ce l'aveva M. . .

Fase 3

D ripete la domanda, rivolgendosi a M:

- ora la risposta di M è **SÌ**!

Perché?
Se C non avesse in mano un asso, dopo la dichiarazione di D, avrebbe risposto **SÌ** e avrebbe indovinato che l'asso ce l'aveva M. . .

Quantificatori

I quantificatori sono operatori logici che modificano il significato degli enunciati su cui operano, dando loro una portata di tipo universale o particolare come negli esempi

- Qualcuno mangia;
- tutti ridono;
- nessuno dorme
- Qualcuno non canta
- qualcuno beve.
- tutti gli scienziati sono razionali
- Nessuno scienziato è dogmatico

In realtà ci sono tanti altri quantificatori come tanti, quasi tutti, pochi, etc. ...

Analisi dei quantificatori

Quando si ragiona con frasi quantificate è utile tenere in mente delle parafrasi delle frasi medesime che fanno emergere la **struttura logica profonda**. Darò solo esempi

- Qualcuno mangia –>(esiste un x) (x mangia)
- tutti ridono —> (per ogni x) (x ride)
- (tutti) i chirurghi hanno sangue freddo —> (per ogni x)(x è chirurgo —> x ha sangue freddo)
- qualche ginecologo dipinge —>(esiste un x) (x è ginecologo e x dipinge)

(esiste un x), (per ogni x) sono detti quantificatori esistenziale e universale (risp.)

Analisi dei quantificatori

Quando si ragiona con frasi quantificate è utile tenere in mente delle parafrasi delle frasi medesime che fanno emergere la **struttura logica profonda**. Darò solo esempi

- Qualcuno mangia –>(esiste un x) (x mangia)
- tutti ridono —> (per ogni x) (x ride)
- (tutti) i chirurghi hanno sangue freddo —> (per ogni x)(x è chirurgo —> x ha sangue freddo)
- qualche ginecologo dipinge —>(esiste un x) (x è ginecologo e x dipinge)

(esiste un x), (per ogni x) sono detti quantificatori esistenziale e universale (risp.)

Analisi dei quantificatori

Quando si ragiona con frasi quantificate è utile tenere in mente delle parafrasi delle frasi medesime che fanno emergere la **struttura logica profonda**. Darò solo esempi

- Qualcuno mangia –>(esiste un x) (x mangia)
- tutti ridono —> (per ogni x) (x ride)
- (tutti) i chirurghi hanno sangue freddo —> (per ogni x)(x è chirurgo —> x ha sangue freddo)
- qualche ginecologo dipinge —>(esiste un x) (x è ginecologo e x dipinge)

(esiste un x), (per ogni x) sono detti quantificatori esistenziale e universale (risp.)

Analisi dei quantificatori

Quando si ragiona con frasi quantificate è utile tenere in mente delle parafrasi delle frasi medesime che fanno emergere la **struttura logica profonda**. Darò solo esempi

- Qualcuno mangia –>(esiste un x) (x mangia)
- tutti ridono —> (per ogni x) (x ride)
- (tutti) i chirurghi hanno sangue freddo —> (per ogni x)(x è chirurgo —> x ha sangue freddo)
- qualche ginecologo dipinge —>(esiste un x) (x è ginecologo e x dipinge)

(esiste un x), (per ogni x) sono detti quantificatori esistenziale e universale (risp.)

Analisi dei quantificatori

Quando si ragiona con frasi quantificate è utile tenere in mente delle parafrasi delle frasi medesime che fanno emergere la **struttura logica profonda**. Darò solo esempi

- Qualcuno mangia –>(esiste un x) (x mangia)
- tutti ridono —> (per ogni x) (x ride)
- (tutti) i chirurghi hanno sangue freddo —> (per ogni x)(x è chirurgo —> x ha sangue freddo)
- qualche ginecologo dipinge —>(esiste un x) (x è ginecologo e x dipinge)

(esiste un x), (per ogni x) sono detti quantificatori esistenziale e universale (risp.)

Analisi dei quantificatori

Quando si ragiona con frasi quantificate è utile tenere in mente delle parafrasi delle frasi medesime che fanno emergere la **struttura logica profonda**. Darò solo esempi

- Qualcuno mangia –>(esiste un x) (x mangia)
- tutti ridono —> (per ogni x) (x ride)
- (tutti) i chirurghi hanno sangue freddo —> (per ogni x)(x è chirurgo —> x ha sangue freddo)
- qualche ginecologo dipinge —>(esiste un x) (x è ginecologo e x dipinge)

(esiste un x), (per ogni x) sono detti quantificatori esistenziale e universale (risp.)

Analisi dei quantificatori

Quando si ragiona con frasi quantificate è utile tenere in mente delle parafrasi delle frasi medesime che fanno emergere la **struttura logica profonda**. Darò solo esempi

- Qualcuno mangia –>(esiste un x) (x mangia)
- tutti ridono —> (per ogni x) (x ride)
- (tutti) i chirurghi hanno sangue freddo —> (per ogni x)(x è chirurgo —> x ha sangue freddo)
- qualche ginecologo dipinge —>(esiste un x) (x è ginecologo e x dipinge)

(esiste un x), (per ogni x) sono detti quantificatori esistenziale e universale (risp.)

Analisi dei quantificatori

Quando si ragiona con frasi quantificate è utile tenere in mente delle parafrasi delle frasi medesime che fanno emergere la **struttura logica profonda**. Darò solo esempi

- Qualcuno mangia –>(esiste un x) (x mangia)
- tutti ridono —> (per ogni x) (x ride)
- (tutti) i chirurghi hanno sangue freddo —> (per ogni x)(x è chirurgo —> x ha sangue freddo)
- qualche ginecologo dipinge —>(esiste un x) (x è ginecologo e x dipinge)

(esiste un x), (per ogni x) sono detti quantificatori esistenziale e universale (risp.)

Analisi dei quantificatori

Quando si ragiona con frasi quantificate è utile tenere in mente delle parafrasi delle frasi medesime che fanno emergere la **struttura logica profonda**. Darò solo esempi

- Qualcuno mangia –>(esiste un x) (x mangia)
- tutti ridono —> (per ogni x) (x ride)
- (tutti) i chirurghi hanno sangue freddo —> (per ogni x)(x è chirurgo —> x ha sangue freddo)
- qualche ginecologo dipinge —>(esiste un x) (x è ginecologo e x dipinge)

(esiste un x), (per ogni x) sono detti quantificatori esistenziale e universale (risp.)

Quantificatori e connettivi nascosti...

Come si vede dagli esempi precedenti

- **(tutti) i chirurghi hanno sangue freddo** nasconde (per ogni x), e il condizionale se..., allora...
- **qualche ginecologo dipinge** nasconde (esiste un x), e la congiunzione e

Quantificatori e connettivi nascosti...

Come si vede dagli esempi precedenti

- **(tutti) i chirurghi hanno sangue freddo** nasconde (per ogni x), e il condizionale se..., allora...
- **qualche ginecologo dipinge** nasconde (esiste un x), e la congiunzione e

Quantificatori e connettivi nascosti. . .

Come si vede dagli esempi precedenti

- **(tutti) i chirurghi hanno sangue freddo** nasconde (per ogni x), e il condizionale se. . . , allora. . .
- **qualche ginecologo dipinge** nasconde (esiste un x), e la congiunzione e

Esrecizio sulla struttura nascosta. . .

Per esercizio chiediamoci di enucleare la struttura logica nascosta delle frasi:

- nessun logico è fiorentino

Quali le soluzioni giuste fra le seguenti ?

1. **non** (**per ogni x**)(x è logico **e** x è fiorentino)
2. **non** (**esiste un x**)(x è logico **e** x è fiorentino)
3. **non** (**per ogni x**)(x è logico —> x **non** è fiorentino)
4. (**per ogni x**)(x è logico —> x **non** è fiorentino)
5. (**per ogni x**)(x non è logico —> x è fiorentino)
6. (**per ogni x**)(x non è fiorentino —> x non è logico)

Ce ne sono 2 equivalenti, corrette: 2, 4
Esercizio: analizzare qualche pediatra non è specializzato in radiologia

Esrecizio sulla struttura nascosta...

Per esercizio chiediamoci di enucleare la struttura logica nascosta delle frasi:

- nessun logico è fiorentino

Quali le soluzioni giuste fra le seguenti ?

1. **non** (**per ogni x**)(x è logico **e** x è fiorentino)
2. **non** (**esiste un x**)(x è logico **e** x è fiorentino)
3. **non** (**per ogni x**)(x è logico —> x **non** è fiorentino)
4. (**per ogni x**)(x è logico —> x **non** è fiorentino)
5. (**per ogni x**)(x non è logico —> x è fiorentino)
6. (**per ogni x**)(x non è fiorentino —> x non è logico)

Ce ne sono 2 equivalenti, corrette: 2, 4

Esercizio: analizzare qualche pediatra non è specializzato in radiologia

Esrecizio sulla struttura nascosta...

Per esercizio chiediamoci di enucleare la struttura logica nascosta delle frasi:

- nessun logico è fiorentino

Quali le soluzioni giuste fra le seguenti ?

1. **non** (**per ogni** x)(x è logico **e** x è fiorentino)
2. **non** (**esiste un** x)(x è logico **e** x è fiorentino)
3. **non** (**per ogni** x)(x è logico —> x **non** è fiorentino)
4. (**per ogni** x)(x è logico —> x **non** è fiorentino)
5. (**per ogni** x)(x non è logico —> x è fiorentino)
6. (**per ogni** x)(x non è fiorentino —> x non è logico)

Ce ne sono 2 equivalenti, corrette: 2, 4

Esercizio: analizzare qualche pediatra non è specializzato in radiologia

Esrecizio sulla struttura nascosta...

Per esercizio chiediamoci di enucleare la struttura logica nascosta delle frasi:

- nessun logico è fiorentino

Quali le soluzioni giuste fra le seguenti ?

1. **non (per ogni x)**(x è logico **e** x è fiorentino)
2. **non (esiste un x)**(x è logico **e** x è fiorentino)
3. **non (per ogni x)**(x è logico —> x **non** è fiorentino)
4. **(per ogni x)**(x è logico —> x **non** è fiorentino)
5. **(per ogni x)**(x non è logico —> x è fiorentino)
6. **(per ogni x)**(x non è fiorentino —> x non è logico)

Ce ne sono 2 equivalenti, corrette: 2, 4

Esercizio: analizzare qualche pediatra non è specializzato in radiologia

Esrecizio sulla struttura nascosta...

Per esercizio chiediamoci di enucleare la struttura logica nascosta delle frasi:

- nessun logico è fiorentino

Quali le soluzioni giuste fra le seguenti ?

1. **non (per ogni x)**(x è logico **e** x è fiorentino)
2. **non (esiste un x)**(x è logico **e** x è fiorentino)
3. **non (per ogni x)**(x è logico —> x **non** è fiorentino)
4. **(per ogni x)**(x è logico —> x **non** è fiorentino)
5. **(per ogni x)**(x non è logico —> x è fiorentino)
6. **(per ogni x)**(x non è fiorentino —> x non è logico)

Ce ne sono 2 equivalenti, corrette: 2, 4

Esercizio: analizzare qualche pediatra non è specializzato in radiologia

Esrecizio sulla struttura nascosta...

Per esercizio chiediamoci di enucleare la struttura logica nascosta delle frasi:

- nessun logico è fiorentino

Quali le soluzioni giuste fra le seguenti ?

1. **non** (**per ogni x**)(x è logico **e** x è fiorentino)
2. **non** (**esiste un x**)(x è logico **e** x è fiorentino)
3. **non** (**per ogni x**)(x è logico —> x **non** è fiorentino)
4. (**per ogni x**)(x è logico —> x **non** è fiorentino)
5. (**per ogni x**)(x non è logico —> x è fiorentino)
6. (**per ogni x**)(x non è fiorentino —> x non è logico)

Ce ne sono 2 equivalenti, corrette: 2, 4

Esercizio: analizzare qualche pediatra non è specializzato in radiologia

Esrecizio sulla struttura nascosta...

Per esercizio chiediamoci di enucleare la struttura logica nascosta delle frasi:

- nessun logico è fiorentino

Quali le soluzioni giuste fra le seguenti ?

1. **non** (**per ogni x**)(x è logico **e** x è fiorentino)
2. **non** (**esiste un x**)(x è logico **e** x è fiorentino)
3. **non** (**per ogni x**)(x è logico —> x **non** è fiorentino)
4. (**per ogni x**)(x è logico —> x **non** è fiorentino)
5. (**per ogni x**)(x non è logico —> x è fiorentino)
6. (**per ogni x**)(x non è fiorentino —> x non è logico)

Ce ne sono 2 equivalenti, corrette: 2, 4

Esercizio: analizzare qualche pediatra non è specializzato in radiologia

Esrecizio sulla struttura nascosta...

Per esercizio chiediamoci di enucleare la struttura logica nascosta delle frasi:

- nessun logico è fiorentino

Quali le soluzioni giuste fra le seguenti ?

1. **non** (**per ogni x**)(x è logico **e** x è fiorentino)
2. **non** (**esiste un x**)(x è logico **e** x è fiorentino)
3. **non** (**per ogni x**)(x è logico —> x **non** è fiorentino)
4. (**per ogni x**)(x è logico —> x **non** è fiorentino)
5. (**per ogni x**)(x non è logico —> x è fiorentino)
6. (**per ogni x**)(x non è fiorentino —> x non è logico)

Ce ne sono 2 equivalenti, corrette: 2, 4

Esercizio: analizzare qualche pediatra non è specializzato in radiologia

Esrecizio sulla struttura nascosta. . .

Per esercizio chiediamoci di enucleare la struttura logica nascosta delle frasi:

- nessun logico è fiorentino

Quali le soluzioni giuste fra le seguenti ?

1. **non** (**per ogni x**)(x è logico **e** x è fiorentino)
2. **non** (**esiste un x**)(x è logico **e** x è fiorentino)
3. **non** (**per ogni x**)(x è logico —> x **non** è fiorentino)
4. (**per ogni x**)(x è logico —> x **non** è fiorentino)
5. (**per ogni x**)(x non è logico —> x è fiorentino)
6. (**per ogni x**)(x non è fiorentino —> x non è logico)

Ce ne sono 2 equivalenti, corrette: 2, 4

Esercizio: analizzare qualche pediatra non è specializzato in radiologia

Esrecizio sulla struttura nascosta. . .

Per esercizio chiediamoci di enucleare la struttura logica nascosta delle frasi:

- nessun logico è fiorentino

Quali le soluzioni giuste fra le seguenti ?

1. **non** (**per ogni x**)(x è logico **e** x è fiorentino)
2. **non** (**esiste un x**)(x è logico **e** x è fiorentino)
3. **non** (**per ogni x**)(x è logico —> x **non** è fiorentino)
4. (**per ogni x**)(x è logico —> x **non** è fiorentino)
5. (**per ogni x**)(x non è logico —> x è fiorentino)
6. (**per ogni x**)(x non è fiorentino —> x non è logico)

Ce ne sono 2 equivalenti, corrette: 2, 4

Esercizio: analizzare qualche pediatra non è specializzato in radiologia

Esrecizio sulla struttura nascosta. . .

Per esercizio chiediamoci di enucleare la struttura logica nascosta delle frasi:

- nessun logico è fiorentino

Quali le soluzioni giuste fra le seguenti ?

1. **non** (**per ogni x**)(x è logico **e** x è fiorentino)
2. **non** (**esiste un x**)(x è logico **e** x è fiorentino)
3. **non** (**per ogni x**)(x è logico —> x **non** è fiorentino)
4. (**per ogni x**)(x è logico —> x **non** è fiorentino)
5. (**per ogni x**)(x non è logico —> x è fiorentino)
6. (**per ogni x**)(x non è fiorentino —> x non è logico)

Ce ne sono 2 equivalenti, corrette: 2, 4
Esercizio: analizzare qualche pediatra non è specializzato in radiologia

Ancora quantificatori. . .

Analizzare

- Al più un gatto miagola.

Basta osservare che la frase equivale a

- non ci sono due gatti che miagolano, ovvero
- (per ogni x) (per ogni y)(x è un gatto e x miagola, e y è un gatto e miagola —>x=y)

NB: Almeno un gatto miagola equivale a

- qualche gatto miagola
- esattamente un gatto miagola equivale alla **congiunzione** di almeno un gatto miagola e al più un gatto miagola!

Ancora quantificatori. . .

Analizzare

- Al più un gatto miagola.

Basta osservare che la frase equivale a

- non ci sono due gatti che miagolano, ovvero
- (per ogni x) (per ogni y)(x è un gatto e x miagola, e y è un gatto e miagola —>x=y)

NB: Almeno un gatto miagola equivale a

- qualche gatto miagola
- esattamente un gatto miagola equivale alla **congiunzione** di almeno un gatto miagola e al più un gatto miagola!

Ancora quantificatori...

Analizzare

- Al più un gatto miagola.

Basta osservare che la frase equivale a

- non ci sono due gatti che miagolano, ovvero
- (per ogni x) (per ogni y)(x è un gatto e x miagola, e y è un gatto e miagola —>x=y)

NB: Almeno un gatto miagola equivale a

- qualche gatto miagola
- esattamente un gatto miagola equivale alla **congiunzione** di almeno un gatto miagola e al più un gatto miagola!

Ancora quantificatori. . .

Analizzare

- Al più un gatto miagola.

Basta osservare che la frase equivale a

- non ci sono due gatti che miagolano, ovvero
- (per ogni x) (per ogni y)(x è un gatto e x miagola, e y è un gatto e miagola —>x=y)

NB: Almeno un gatto miagola equivale a

- qualche gatto miagola
- esattamente un gatto miagola equivale alla **congiunzione** di almeno un gatto miagola e al più un gatto miagola!

Ancora quantificatori. . .

Analizzare

- Al più un gatto miagola.

Basta osservare che la frase equivale a

- non ci sono due gatti che miagolano, ovvero
- (per ogni x) (per ogni y)(x è un gatto e x miagola, e y è un gatto e miagola —>x=y)

NB: Almeno un gatto miagola equivale a

- qualche gatto miagola
- esattamente un gatto miagola equivale alla **congiunzione** di almeno un gatto miagola e al più un gatto miagola!

Ancora quantificatori. . .

Analizzare

- Al più un gatto miagola.

Basta osservare che la frase equivale a

- non ci sono due gatti che miagolano, ovvero
- (per ogni x) (per ogni y)(x è un gatto e x miagola, e y è un gatto e miagola —>x=y)

NB: Almeno un gatto miagola equivale a

- qualche gatto miagola
- esattamente un gatto miagola equivale alla **congiunzione** di almeno un gatto miagola e al più un gatto miagola!

Ancora quantificatori. . .

Analizzare

- Al più un gatto miagola.

Basta osservare che la frase equivale a

- non ci sono due gatti che miagolano, ovvero
- (per ogni x) (per ogni y)(x è un gatto e x miagola, e y è un gatto e miagola —>x=y)

NB: Almeno un gatto miagola equivale a

- qualche gatto miagola
- esattamente un gatto miagola equivale alla **congiunzione** di almeno un gatto miagola e al più un gatto miagola!

Passiamo ora a un esempio più complesso:

- due gatti miagolano

Esercizio: analizzare la frasi solo in termini di quantificatori, connettivi, usando al più l'identità, ma NESSUN NUMERO

Passiamo ora a un esempio più complesso:

- due gatti miagolano

Esercizio: analizzare la frasi solo in termini di quantificatori, connettivi, usando al più l'identità, ma NESSUN NUMERO

Soluzione: due gatti miagolano equivale a:

- (esiste x) (esiste y) (x $\neq$ y e x è un gatto e x miagola e y è un gatto e y miagola)

Esercizio: analizzare la frasi che asserisce che **esattamente due gatti miagolano**, generalizzare. . .

Quantificatori e negazione

Per impadronirci del significato dei quantificatori, facciamo qualche esercizio componendo i quantificatori con i connettivi, in particolare negando frasi quantificate . . .
Questo ci porta a introdurre un argomento classico legato al cosiddetto quadrato aristotelico

Nesso di contraddittorietà

A si dice contraddittoria di B se A è vera se e solo se B è falsa; in altri termini se A equivale alla negazione di B.

Trovare la contraddittoria di ciascuna delle proposizioni precedenti:

- qualcuno mangia –>;nessuno mangia
- tutti ridono –>; qualcuno non ride
- nessuno dorme –> qualcuno dorme
- qualcuno non canta –> tutti cantano
- qualcuno beve –> nessuno beve
- tutti gli scienziati sono razionali –> qualche scienziato non è razionale
- Nessuno scienziato è dogmatico –> qualche scienziato è dogmatico

Nesso di contraddittorietà

A si dice contraddittoria di B se A è vera se e solo se B è falsa; in altri termini se A equivale alla negazione di B.
Trovare la contraddittoria di ciascuna delle proposizioni precedenti:

- qualcuno mangia –>;nessuno mangia
- tutti ridono –>; qualcuno non ride
- nessuno dorme –> qualcuno dorme
- qualcuno non canta –> tutti cantano
- qualcuno beve –> nessuno beve
- tutti gli scienziati sono razionali –> qualche scienziato non è razionale
- Nessuno scienziato è dogmatico –> qualche scienziato è dogmatico

Nesso di contraddittorietà

A si dice contraddittoria di B se A è vera se e solo se B è falsa; in altri termini se A equivale alla negazione di B.
Trovare la contraddittoria di ciascuna delle proposizioni precedenti:

- qualcuno mangia –>;nessuno mangia
- tutti ridono –>; qualcuno non ride
- nessuno dorme –> qualcuno dorme
- qualcuno non canta –> tutti cantano
- qualcuno beve –> nessuno beve
- tutti gli scienziati sono razionali –> qualche scienziato non è razionale
- Nessuno scienziato è dogmatico –> qualche scienziato è dogmatico

Nesso di contraddittorietà

A si dice contraddittoria di B se A è vera se e solo se B è falsa; in altri termini se A equivale alla negazione di B.
Trovare la contraddittoria di ciascuna delle proposizioni precedenti:

- qualcuno mangia –>;nessuno mangia
- tutti ridono –>; qualcuno non ride
- nessuno dorme –> qualcuno dorme
- qualcuno non canta –> tutti cantano
- qualcuno beve –> nessuno beve
- tutti gli scienziati sono razionali –> qualche scienziato non è razionale
- Nessuno scienziato è dogmatico –> qualche scienziato è dogmatico

Nesso di contraddittorietà

A si dice contraddittoria di B se A è vera se e solo se B è falsa; in altri termini se A equivale alla negazione di B.
Trovare la contraddittoria di ciascuna delle proposizioni precedenti:

- qualcuno mangia –>;nessuno mangia
- tutti ridono –>; qualcuno non ride
- nessuno dorme –> qualcuno dorme
- qualcuno non canta –> tutti cantano
- qualcuno beve –> nessuno beve
- tutti gli scienziati sono razionali –> qualche scienziato non è razionale
- Nessuno scienziato è dogmatico –> qualche scienziato è dogmatico

Nesso di contraddittorietà

A si dice contraddittoria di B se A è vera se e solo se B è falsa; in altri termini se A equivale alla negazione di B.
Trovare la contraddittoria di ciascuna delle proposizioni precedenti:

- qualcuno mangia –>;nessuno mangia
- tutti ridono –>; qualcuno non ride
- nessuno dorme –> qualcuno dorme
- qualcuno non canta –> tutti cantano
- qualcuno beve –> nessuno beve
- tutti gli scienziati sono razionali –> qualche scienziato non è razionale
- Nessuno scienziato è dogmatico –> qualche scienziato è dogmatico

Nesso di contraddittorietà

A si dice contraddittoria di B se A è vera se e solo se B è falsa; in altri termini se A equivale alla negazione di B.
Trovare la contraddittoria di ciascuna delle proposizioni precedenti:

- qualcuno mangia –>;nessuno mangia
- tutti ridono –>; qualcuno non ride
- nessuno dorme –> qualcuno dorme
- qualcuno non canta –> tutti cantano
- qualcuno beve –> nessuno beve
- tutti gli scienziati sono razionali –> qualche scienziato non è razionale
- Nessuno scienziato è dogmatico –> qualche scienziato è dogmatico

Nesso di contraddittorietà

A si dice contraddittoria di B se A è vera se e solo se B è falsa; in altri termini se A equivale alla negazione di B.
Trovare la contraddittoria di ciascuna delle proposizioni precedenti:

- qualcuno mangia –>;nessuno mangia
- tutti ridono –>; qualcuno non ride
- nessuno dorme –> qualcuno dorme
- qualcuno non canta –> tutti cantano
- qualcuno beve –> nessuno beve
- tutti gli scienziati sono razionali –> qualche scienziato non è razionale
- Nessuno scienziato è dogmatico –> qualche scienziato è dogmatico

Nesso di contraddittorietà

A si dice contraddittoria di B se A è vera se e solo se B è falsa; in altri termini se A equivale alla negazione di B.
Trovare la contraddittoria di ciascuna delle proposizioni precedenti:

- qualcuno mangia –>;nessuno mangia
- tutti ridono –>; qualcuno non ride
- nessuno dorme –> qualcuno dorme
- qualcuno non canta –> tutti cantano
- qualcuno beve –> nessuno beve
- tutti gli scienziati sono razionali –> qualche scienziato non è razionale
- Nessuno scienziato è dogmatico –> qualche scienziato è dogmatico

Nesso di contraddittorietà

A si dice contraddittoria di B se A è vera se e solo se B è falsa; in altri termini se A equivale alla negazione di B.
Trovare la contraddittoria di ciascuna delle proposizioni precedenti:

- qualcuno mangia –>;nessuno mangia
- tutti ridono –>; qualcuno non ride
- nessuno dorme –> qualcuno dorme
- qualcuno non canta –> tutti cantano
- qualcuno beve –> nessuno beve
- tutti gli scienziati sono razionali –> qualche scienziato non è razionale
- Nessuno scienziato è dogmatico –> qualche scienziato è dogmatico

Nesso di contraddittorietà

A si dice contraddittoria di B se A è vera se e solo se B è falsa; in altri termini se A equivale alla negazione di B.
Trovare la contraddittoria di ciascuna delle proposizioni precedenti:

- qualcuno mangia –>;nessuno mangia
- tutti ridono –>; qualcuno non ride
- nessuno dorme –> qualcuno dorme
- qualcuno non canta –> tutti cantano
- qualcuno beve –> nessuno beve
- tutti gli scienziati sono razionali –> qualche scienziato non è razionale
- Nessuno scienziato è dogmatico –> qualche scienziato è dogmatico

Nesso di contraddittorietà

A si dice contraddittoria di B se A è vera se e solo se B è falsa; in altri termini se A equivale alla negazione di B.
Trovare la contraddittoria di ciascuna delle proposizioni precedenti:

- qualcuno mangia –>;nessuno mangia
- tutti ridono –>; qualcuno non ride
- nessuno dorme –> qualcuno dorme
- qualcuno non canta –> tutti cantano
- qualcuno beve –> nessuno beve
- tutti gli scienziati sono razionali –> qualche scienziato non è razionale
- Nessuno scienziato è dogmatico –> qualche scienziato è dogmatico

Nesso di contraddittorietà

A si dice contraddittoria di B se A è vera se e solo se B è falsa; in altri termini se A equivale alla negazione di B.
Trovare la contraddittoria di ciascuna delle proposizioni precedenti:

- qualcuno mangia –>;nessuno mangia
- tutti ridono –>; qualcuno non ride
- nessuno dorme –> qualcuno dorme
- qualcuno non canta –> tutti cantano
- qualcuno beve –> nessuno beve
- tutti gli scienziati sono razionali –> qualche scienziato non è razionale
- Nessuno scienziato è dogmatico –> qualche scienziato è dogmatico

Nesso di contraddittorietà

A si dice contraddittoria di B se A è vera se e solo se B è falsa; in altri termini se A equivale alla negazione di B.
Trovare la contraddittoria di ciascuna delle proposizioni precedenti:

- qualcuno mangia –>;nessuno mangia
- tutti ridono –>; qualcuno non ride
- nessuno dorme –> qualcuno dorme
- qualcuno non canta –> tutti cantano
- qualcuno beve –> nessuno beve
- tutti gli scienziati sono razionali –> qualche scienziato non è razionale
- Nessuno scienziato è dogmatico –> qualche scienziato è dogmatico

Nesso di contraddittorietà

A si dice contraddittoria di B se A è vera se e solo se B è falsa; in altri termini se A equivale alla negazione di B.
Trovare la contraddittoria di ciascuna delle proposizioni precedenti:

- qualcuno mangia –>;nessuno mangia
- tutti ridono –>; qualcuno non ride
- nessuno dorme –> qualcuno dorme
- qualcuno non canta –> tutti cantano
- qualcuno beve –> nessuno beve
- tutti gli scienziati sono razionali –> qualche scienziato non è razionale
- Nessuno scienziato è dogmatico –> qualche scienziato è dogmatico

Nesso di contraddittorietà

A si dice contraddittoria di B se A è vera se e solo se B è falsa; in altri termini se A equivale alla negazione di B.
Trovare la contraddittoria di ciascuna delle proposizioni precedenti:

- qualcuno mangia –>;nessuno mangia
- tutti ridono –>; qualcuno non ride
- nessuno dorme –> qualcuno dorme
- qualcuno non canta –> tutti cantano
- qualcuno beve –> nessuno beve
- tutti gli scienziati sono razionali –> qualche scienziato non è razionale
- Nessuno scienziato è dogmatico –> qualche scienziato è dogmatico

Un altro nesso: contrarietà

NON confondere con la contraddittorietà!

A si dice contraria di B se 1) A e B non possono essere entrambe vere; 2) possono essere entrambe false.

Trovare la contraria di ciascuna delle proposizioni seguenti:

- nessuno dorme –> tutti dormono
- tutti gli scienziati sono razionali –> nessuno scienziato è razionale
- Nessuno scienziato è dogmatico –> tutti gli scienziati sono dogmatici

Un altro nesso: contrarietà

NON confondere con la contraddittorietà!
A si dice contraria di B se 1) A e B non possono essere entrambe vere; 2) possono essere entrambe false.
Trovare la contraria di ciascuna delle proposizioni seguenti:

- nessuno dorme –> tutti dormono
- tutti gli scienziati sono razionali –> nessuno scienziato è razionale
- Nessuno scienziato è dogmatico –> tutti gli scienziati sono dogmatici

Un altro nesso: contrarietà

NON confondere con la contraddittorietà!
A si dice contraria di B se 1) A e B non possono essere entrambe vere; 2) possono essere entrambe false.
Trovare la contraria di ciascuna delle proposizioni seguenti:

- nessuno dorme –> tutti dormono
- tutti gli scienziati sono razionali –> nessuno scienziato è razionale
- Nessuno scienziato è dogmatico –> tutti gli scienziati sono dogmatici

Un altro nesso: contrarietà

NON confondere con la contraddittorietà!
A si dice contraria di B se 1) A e B non possono essere entrambe vere; 2) possono essere entrambe false.
Trovare la contraria di ciascuna delle proposizioni seguenti:

- nessuno dorme –> tutti dormono
- tutti gli scienziati sono razionali –> nessuno scienziato è razionale
- Nessuno scienziato è dogmatico –> tutti gli scienziati sono dogmatici

Un altro nesso: contrarietà

NON confondere con la contraddittorietà!
A si dice contraria di B se 1) A e B non possono essere entrambe vere; 2) possono essere entrambe false.
Trovare la contraria di ciascuna delle proposizioni seguenti:

- nessuno dorme –> tutti dormono
- tutti gli scienziati sono razionali –> nessuno scienziato è razionale
- Nessuno scienziato è dogmatico –> tutti gli scienziati sono dogmatici

Un altro nesso: contrarietà

NON confondere con la contraddittorietà!
A si dice contraria di B se 1) A e B non possono essere entrambe vere; 2) possono essere entrambe false.
Trovare la contraria di ciascuna delle proposizioni seguenti:

- nessuno dorme –> tutti dormono
- tutti gli scienziati sono razionali –> nessuno scienziato è razionale
- Nessuno scienziato è dogmatico –> tutti gli scienziati sono dogmatici

Un altro nesso: contrarietà

NON confondere con la contraddittorietà!
A si dice contraria di B se 1) A e B non possono essere entrambe vere; 2) possono essere entrambe false.
Trovare la contraria di ciascuna delle proposizioni seguenti:

- nessuno dorme –> tutti dormono
- tutti gli scienziati sono razionali –> nessuno scienziato è razionale
- Nessuno scienziato è dogmatico –> tutti gli scienziati sono dogmatici

Un altro nesso: contrarietà

NON confondere con la contraddittorietà!
A si dice contraria di B se 1) A e B non possono essere entrambe vere; 2) possono essere entrambe false.
Trovare la contraria di ciascuna delle proposizioni seguenti:

- nessuno dorme –> tutti dormono
- tutti gli scienziati sono razionali –> nessuno scienziato è razionale
- Nessuno scienziato è dogmatico –> tutti gli scienziati sono dogmatici

Un altro nesso: contrarietà

NON confondere con la contraddittorietà!
A si dice contraria di B se 1) A e B non possono essere entrambe vere; 2) possono essere entrambe false.
Trovare la contraria di ciascuna delle proposizioni seguenti:

- nessuno dorme –> tutti dormono
- tutti gli scienziati sono razionali –> nessuno scienziato è razionale
- Nessuno scienziato è dogmatico –> tutti gli scienziati sono dogmatici

Quantificatori e connettivi I

Corretto passare da

- qualche scienziato è fisico e qualche scienziato è matematico

a

- qualche scienziato è fisico e matematico ?

NO! Controesempio: se lo fosse, si potrebbe concludere che **ci sono numeri naturali che sono sia pari che dispari**
Corretto fare il passaggio inverso: se qualcuno ha sia P che Q, allora qualcuno ha P e qualcuno ha Q . . .

Quantificatori e connettivi I

Corretto passare da

- qualche scienziato è fisico e qualche scienziato è matematico

a

- qualche scienziato è fisico e matematico ?

NO! Controesempio: se lo fosse, si potrebbe concludere che **ci sono numeri naturali che sono sia pari che dispari**

Corretto fare il passaggio inverso: se qualcuno ha sia P che Q, allora qualcuno ha P e qualcuno ha Q . . .

Quantificatori e connettivi I

Corretto passare da

- qualche scienziato è fisico e qualche scienziato è matematico

a

- qualche scienziato è fisico e matematico ?

NO! Controesempio: se lo fosse, si potrebbe concludere che **ci sono numeri naturali che sono sia pari che dispari**
Corretto fare il passaggio inverso: se qualcuno ha sia P che Q, allora qualcuno ha P e qualcuno ha Q ...

Quantificatori e connettivi II

Corretto passare da

- qualche scienziato è fisico oppure qualche scienziato è matematico

a

- qualche scienziato è fisico oppure matematico ?

E viceversa. . .

SÌ, sussiste una equivalenza

Quantificatori e connettivi II

Corretto passare da

- qualche scienziato è fisico oppure qualche scienziato è matematico

a

- qualche scienziato è fisico oppure matematico ?

E viceversa...
SÌ, sussiste una equivalenza

Interdefinibilità dei quantificatori

Osserviamo che sulla base dei principi classica della logica, si accettano le seguenti equivalenze:

- **tutti** hanno P se e soltanto se **non (esiste x)**(x **NON** ha P)
- **alcuni** hanno P se e soltanto se **non (per ogni x) (x NON ha P)**

Notare analogia con le leggi che riguardano la posssibilità di definire la congiunzione (disgiunzione) mediante la disgiunzione (congiunzione) e la negazione. . .

Conversio per accidens: un esempio problematico I, Test 2007

Ammissibile passare dall'universale affermativa alla particolare affermativa?

Tutti gli intellettuali sono interlocutori noiosi

implica

Alcuni intellettuali sono interlocutori noiosi ?

In apparenza, la risposta è positiva, ma . . .

Conversio per accidens: un esempio problematico II

Si consideri l'enunciato A

tutte le soluzioni reali di $x^2 + 1 = 0$ sono positive;

A è banalmente vero se si accetta il prinicipio: dal falso segue qualsiasi cosa. Dunque se fosse corretta l'inferenza di conversione avremmo anche la correttezza di

alcune soluzioni reali di $x^2 + 1 = 0$ sono positive

da cui seguirebbe l'asserto matematicamente falso:

c'è una soluzione positiva reale di $x^2 + 1 = 0$

Conversio per accidens: un esempio problematico III

Più semplicemente, si può accettare che

tutte le streghe sono cattive,

ma, se si conclude

qualche strega è cattiva

s'implica che prima di tutto

ci sono streghe

Detto in altri termini, un'affermazione universale non ha in generale implicazioni esistenziali, perchè le proprietà usate nel discorso possono essere vuote. . .
Dunque non legittimo passare da una **universale affermativa** a una particolare affermativa. . .

Esercizi: estrarre la struttura logica delle seguenti

- ogni studente ama tutte le studentesse;
- tutti gli studenti amano almeno una studentessa
- almeno una studentessa è amata da tutti gli studenti;
- c'è al massimo una studentessa che è amata da tutti gli studenti
- Nessun fiorentino ama tutti i toscani;
- Tutto ha una causa —> Esiste la Causa Prima;
- Esiste la Causa Prima —> Tutto ha una causa

Esercizi: estrarre la struttura logica delle seguenti

- ogni studente ama tutte le studentesse;
- tutti gli studenti amano almeno una studentessa
- almeno una studentessa è amata da tutti gli studenti;
- c'è al massimo una studentessa che è amata da tutti gli studenti
- Nessun fiorentino ama tutti i toscani;
- Tutto ha una causa —> Esiste la Causa Prima;
- Esiste la Causa Prima —> Tutto ha una causa

Esercizi: estrarre la struttura logica delle seguenti

- ogni studente ama tutte le studentesse;
- tutti gli studenti amano almeno una studentessa
- almeno una studentessa è amata da tutti gli studenti;
- c'è al massimo una studentessa che è amata da tutti gli studenti
- Nessun fiorentino ama tutti i toscani;
- Tutto ha una causa —> Esiste la Causa Prima;
- Esiste la Causa Prima —> Tutto ha una causa

Esercizi: estrarre la struttura logica delle seguenti

- ogni studente ama tutte le studentesse;
- tutti gli studenti amano almeno una studentessa
- almeno una studentessa è amata da tutti gli studenti;
- c'è al massimo una studentessa che è amata da tutti gli studenti
- Nessun fiorentino ama tutti i toscani;
- Tutto ha una causa —> Esiste la Causa Prima;
- Esiste la Causa Prima —> Tutto ha una causa

Esercizi: estrarre la struttura logica delle seguenti

- ogni studente ama tutte le studentesse;
- tutti gli studenti amano almeno una studentessa
- almeno una studentessa è amata da tutti gli studenti;
- c'è al massimo una studentessa che è amata da tutti gli studenti
- Nessun fiorentino ama tutti i toscani;
- Tutto ha una causa —> Esiste la Causa Prima;
- Esiste la Causa Prima —> Tutto ha una causa

Esercizi: estrarre la struttura logica delle seguenti

- ogni studente ama tutte le studentesse;
- tutti gli studenti amano almeno una studentessa
- almeno una studentessa è amata da tutti gli studenti;
- c'è al massimo una studentessa che è amata da tutti gli studenti
- Nessun fiorentino ama tutti i toscani;
- Tutto ha una causa —> Esiste la Causa Prima;
- Esiste la Causa Prima —> Tutto ha una causa

Esercizi: estrarre la struttura logica delle seguenti

- ogni studente ama tutte le studentesse;
- tutti gli studenti amano almeno una studentessa
- almeno una studentessa è amata da tutti gli studenti;
- c'è al massimo una studentessa che è amata da tutti gli studenti
- Nessun fiorentino ama tutti i toscani;
- Tutto ha una causa —> Esiste la Causa Prima;
- Esiste la Causa Prima —> Tutto ha una causa

Esercizi: estrarre la struttura logica delle seguenti

- ogni studente ama tutte le studentesse;
- tutti gli studenti amano almeno una studentessa
- almeno una studentessa è amata da tutti gli studenti;
- c'è al massimo una studentessa che è amata da tutti gli studenti
- Nessun fiorentino ama tutti i toscani;
- Tutto ha una causa —> Esiste la Causa Prima;
- Esiste la Causa Prima —> Tutto ha una causa

Scambiare i quantificatori?

- Tutto ha una causa —> Esiste la Causa Prima.
- Esiste la Causa Prima —> Tutto ha una causa

Quale delle due implicazioni accettare? Basta considerare le due analisi :

- (per ogni x)(esiste y)(y causa x)
- (esiste y)(per ogni x)(y causa x)

Chiramente **non** si può passare dalla blu alla rossa, ma il viceversa sì. . .

Scambiare i quantificatori?

- Tutto ha una causa —> Esiste la Causa Prima.
- Esiste la Causa Prima —> Tutto ha una causa

Quale delle due implicazioni accettare? Basta considerare le due analisi :

- (per ogni x)(esiste y)(y causa x)
- (esiste y)(per ogni x)(y causa x)

Chiramente **non** si può passare dalla blu alla rossa, ma il viceversa **sì**. . .

Scambiare i quantificatori?

- Tutto ha una causa —> Esiste la Causa Prima.
- Esiste la Causa Prima —> Tutto ha una causa

Quale delle due implicazioni accettare? Basta considerare le due analisi :

- (per ogni x)(esiste y)(y causa x)
- (esiste y)(per ogni x)(y causa x)

Chiramente **non** si può passare dalla blu alla rossa, ma il viceversa **sì**. . .

Esempi dal test 2008: I, per ogni. . . esiste . . .

Negare che ogni uomo ha un nemico

equivale

a dire che

1. esistono uomini senza nemici
2. tutti gli uomini non hanno nemici
3. nessun uomo ha un nemico
4. tutti sono nemici di ogni uomo
5. ogni uomo non ha un nemico

Esempi dal test 2008: I, per ogni. . . esiste . . .

Negare che ogni uomo ha un nemico

equivale

a dire che

1. esistono uomini senza nemici
2. tutti gli uomini non hanno nemici
3. nessun uomo ha un nemico
4. tutti sono nemici di ogni uomo
5. ogni uomo non ha un nemico

Esempi dal test 2008: I, per ogni. . . esiste . . .

Negare che ogni uomo ha un nemico

equivale

a dire che

1. esistono uomini senza nemici
2. tutti gli uomini non hanno nemici
3. nessun uomo ha un nemico
4. tutti sono nemici di ogni uomo
5. ogni uomo non ha un nemico

Esempi dal test 2008: I, per ogni. . . esiste . . .

Negare che ogni uomo ha un nemico

equivale

a dire che

1. esistono uomini senza nemici
2. tutti gli uomini non hanno nemici
3. nessun uomo ha un nemico
4. tutti sono nemici di ogni uomo
5. ogni uomo non ha un nemico

Esempi dal test 2008: I, per ogni. . . esiste . . .

Negare che ogni uomo ha un nemico

equivale

a dire che

1. esistono uomini senza nemici
2. tutti gli uomini non hanno nemici
3. nessun uomo ha un nemico
4. tutti sono nemici di ogni uomo
5. ogni uomo non ha un nemico

Esempi dal test 2008: I, per ogni. . . esiste . . .

Negare che ogni uomo ha un nemico

equivale

a dire che

1. esistono uomini senza nemici
2. tutti gli uomini non hanno nemici
3. nessun uomo ha un nemico
4. tutti sono nemici di ogni uomo
5. ogni uomo non ha un nemico

[ogni uomo ha un nemico] $\rightsquigarrow$

(per ogni x)(esiste y)(x uomo –> y nemico di x),

da cui, negando, una catena di equivalenze:

- NON [(per ogni x)(esiste y)(x uomo –> y nemico di x)]
- (esiste x)(NON esiste y)(x uomo –> y nemico di x)
- (esiste x)(per ogni y) NON (x uomo –> y nemico di x)
- (esiste x)(per ogni y) (x uomo e NON y nemico di x)
- (esiste x)(x uomo e (per ogni y) NON (y nemico di x));
- qualche uomo è senza nemici;

[ogni uomo ha un nemico] $\rightsquigarrow$

(per ogni x)(esiste y)(x uomo –> y nemico di x),

da cui, negando, una catena di equivalenze:

- NON [(per ogni x)(esiste y)(x uomo –> y nemico di x)]
- (esiste x)(NON esiste y)(x uomo –> y nemico di x)
- (esiste x)(per ogni y) NON (x uomo –> y nemico di x)
- (esiste x)(per ogni y) (x uomo e NON y nemico di x)
- (esiste x)(x uomo e (per ogni y) NON (y nemico di x));
- qualche uomo è senza nemici;

[ogni uomo ha un nemico]⇝

(per ogni x)(esiste y)(x uomo –> y nemico di x),

da cui, negando, una catena di equivalenze:

- NON [(per ogni x)(esiste y)(x uomo –> y nemico di x)]
- (esiste x)(NON esiste y)(x uomo –> y nemico di x)
- (esiste x)(per ogni y) NON (x uomo –> y nemico di x)
- (esiste x)(per ogni y) (x uomo e NON y nemico di x)
- (esiste x)(x uomo e (per ogni y) NON (y nemico di x));
- qualche uomo è senza nemici;

[ogni uomo ha un nemico]$\rightsquigarrow$

(per ogni x)(esiste y)(x uomo –> y nemico di x),

da cui, negando, una catena di equivalenze:

- NON [(per ogni x)(esiste y)(x uomo –> y nemico di x)]
- (esiste x)(NON esiste y)(x uomo –> y nemico di x)
- (esiste x)(per ogni y) NON (x uomo –> y nemico di x)
- (esiste x)(per ogni y) (x uomo e NON y nemico di x)
- (esiste x)(x uomo e (per ogni y) NON (y nemico di x));
- qualche uomo è senza nemici;

[ogni uomo ha un nemico]$\rightsquigarrow$

(per ogni x)(esiste y)(x uomo –> y nemico di x),

da cui, negando, una catena di equivalenze:

- NON [(per ogni x)(esiste y)(x uomo –> y nemico di x)]
- (esiste x)(NON esiste y)(x uomo –> y nemico di x)
- (esiste x)(per ogni y) NON (x uomo –> y nemico di x)
- (esiste x)(per ogni y) (x uomo e NON y nemico di x)
- (esiste x)(x uomo e (per ogni y) NON (y nemico di x));
- qualche uomo è senza nemici;

[ogni uomo ha un nemico]$\rightsquigarrow$

(per ogni x)(esiste y)(x uomo –> y nemico di x),

da cui, negando, una catena di equivalenze:

- NON [(per ogni x)(esiste y)(x uomo –> y nemico di x)]
- (esiste x)(NON esiste y)(x uomo –> y nemico di x)
- (esiste x)(per ogni y) NON (x uomo –> y nemico di x)
- (esiste x)(per ogni y) (x uomo e NON y nemico di x)
- (esiste x)(x uomo e (per ogni y) NON (y nemico di x));
- qualche uomo è senza nemici;

[ogni uomo ha un nemico] $\rightsquigarrow$

(per ogni x)(esiste y)(x uomo –> y nemico di x),

da cui, negando, una catena di equivalenze:

- NON [(per ogni x)(esiste y)(x uomo –> y nemico di x)]
- (esiste x)(NON esiste y)(x uomo –> y nemico di x)
- (esiste x)(per ogni y) NON (x uomo –> y nemico di x)
- (esiste x)(per ogni y) (x uomo e NON y nemico di x)
- (esiste x)(x uomo e (per ogni y) NON (y nemico di x));
- qualche uomo è senza nemici;

[ogni uomo ha un nemico]⇝

(per ogni x)(esiste y)(x uomo –> y nemico di x),

da cui, negando, una catena di equivalenze:

- NON [(per ogni x)(esiste y)(x uomo –> y nemico di x)]
- (esiste x)(NON esiste y)(x uomo –> y nemico di x)
- (esiste x)(per ogni y) NON (x uomo –> y nemico di x)
- (esiste x)(per ogni y) (x uomo e NON y nemico di x)
- (esiste x)(x uomo e (per ogni y) NON (y nemico di x));
- qualche uomo è senza nemici;

[ogni uomo ha un nemico]$\rightsquigarrow$

(per ogni x)(esiste y)(x uomo –> y nemico di x),

da cui, negando, una catena di equivalenze:

- NON [(per ogni x)(esiste y)(x uomo –> y nemico di x)]
- (esiste x)(NON esiste y)(x uomo –> y nemico di x)
- (esiste x)(per ogni y) NON (x uomo –> y nemico di x)
- (esiste x)(per ogni y) (x uomo e NON y nemico di x)
- (esiste x)(x uomo e (per ogni y) NON (y nemico di x));
- qualche uomo è senza nemici;

Un altro esempio: II, per ogni... esiste ...

Terminologia: numero naturale –> elemento dell'insieme 0,1,2,3. . . .
Da Euclide, *Elementi*, libro IX, proposizione 20, sappiamo e possiamo provare che :

Ci sono infiniti numeri naturali primi

A quale delle seguenti proposizioni equivale?

1. ci sono primi maggiori di ogni numero naturale;
2. ci sono primi maggiori di ogni numero primo;
3. qualche numero primo è maggiore di qualche numero naturale primo;
4. per ogni naturale n, esiste un primo p maggiore di n;
5. per ogni numero primo n esiste un numero primo p tale che $p > n$

Un altro esempio: II, per ogni... esiste ...

Terminologia: numero naturale –> elemento dell'insieme 0,1,2,3. . . .
Da Euclide, *Elementi*, libro IX, proposizione 20, sappiamo e possiamo provare che :

Ci sono infiniti numeri naturali primi

A quale delle seguenti proposizioni equivale?

1. ci sono primi maggiori di ogni numero naturale;
2. ci sono primi maggiori di ogni numero primo;
3. qualche numero primo è maggiore di qualche numero naturale primo;
4. per ogni naturale n, esiste un primo p maggiore di n;
5. per ogni numero primo n esiste un numero primo p tale che $p > n$

Un altro esempio: II, per ogni... esiste ...

Terminologia: numero naturale –> elemento dell'insieme 0,1,2,3. . . .
Da Euclide, *Elementi*, libro IX, proposizione 20, sappiamo e possiamo provare che :

Ci sono infiniti numeri naturali primi

A quale delle seguenti proposizioni equivale?

1. ci sono primi maggiori di ogni numero naturale;
2. ci sono primi maggiori di ogni numero primo;
3. qualche numero primo è maggiore di qualche numero naturale primo;
4. per ogni naturale n, esiste un primo p maggiore di n;
5. per ogni numero primo n esiste un numero primo p tale che $p > n$

Un altro esempio: II, per ogni. . . esiste . . .

Terminologia: numero naturale –> elemento dell'insieme 0,1,2,3. . . .
Da Euclide, *Elementi*, libro IX, proposizione 20, sappiamo e possiamo provare che :

Ci sono infiniti numeri naturali primi

A quale delle seguenti proposizioni equivale?

1. ci sono primi maggiori di ogni numero naturale;
2. ci sono primi maggiori di ogni numero primo;
3. qualche numero primo è maggiore di qualche numero naturale primo;
4. per ogni naturale n, esiste un primo p maggiore di n;
5. per ogni numero primo n esiste un numero primo p tale che $p > n$

Un altro esempio: II, per ogni. . . esiste . . .

Terminologia: numero naturale –> elemento dell'insieme 0,1,2,3. . . .
Da Euclide, *Elementi*, libro IX, proposizione 20, sappiamo e possiamo provare che :

Ci sono infiniti numeri naturali primi

A quale delle seguenti proposizioni equivale?

1. ci sono primi maggiori di ogni numero naturale;
2. ci sono primi maggiori di ogni numero primo;
3. qualche numero primo è maggiore di qualche numero naturale primo;
4. per ogni naturale n, esiste un primo p maggiore di n;
5. per ogni numero primo n esiste un numero primo p tale che $p > n$

Nota teorica fondamentale

Come nel caso dei connettivi, si può costruire una teoria rigorosa dei quantificatori introducendo apposite operazioni formali $\exists$, $\forall$ per codificare affermazioni particolari e universali.

- (esiste x) (x ha P) —> $(\exists x)$(x ha P)
- (per ogni x) (x ha P) —> $(\forall x)$(x ha P)

Ma la logica dei quantificatori ha una natura profondamente diversa...

A differenza del caso proposizionale (vedi lezioni Poggiolesi), ricordo, per vostra cultura generale, una **fondamentale differenza**:

1. non esistono però in generale algoritmi effettivi per controllare la validità degli argomenti che contengono quantificatori (teorema di Church-Turing 1936)
2. in compenso esistono algoritmi per controllare la validità degli argomenti sillogistici